L.S.Menzel Hayat	**Série16**	Afli Ahmed
01Mars 2013	**E.fonction (ln)*Espace2*intégrales**	4sc.exp

❖ Exercice n°1:

1./Dans la figure ci-dessous, on a représenté dans un repère orthonormé (O,i ,j) la courbe (C) de la fonction f définit sur $[\frac{1}{e}; e]$ par : f(x) = $ln^3x - 3lnx$ et les demi-tangentes à la courbe (C) aux points d'abscisses respectives $\frac{1}{e}$ et e

a. En utilisant le graphique, Montrer que f réalise une bijection de $[\frac{1}{e}; e]$ sur [-2 ;2].

On note f^{-1} la fonction réciproque de f et (C') la courbe représentative de f^{-1}dans le repère (O,i ,j)

b. Tracer la courbe (C') et les demi-tangentes à (C') aux points d'abscisses respectives -2 et 2

2./ Soit la suite (u_n) définie par $u_n = \int_1^e (lnx)^n dx$

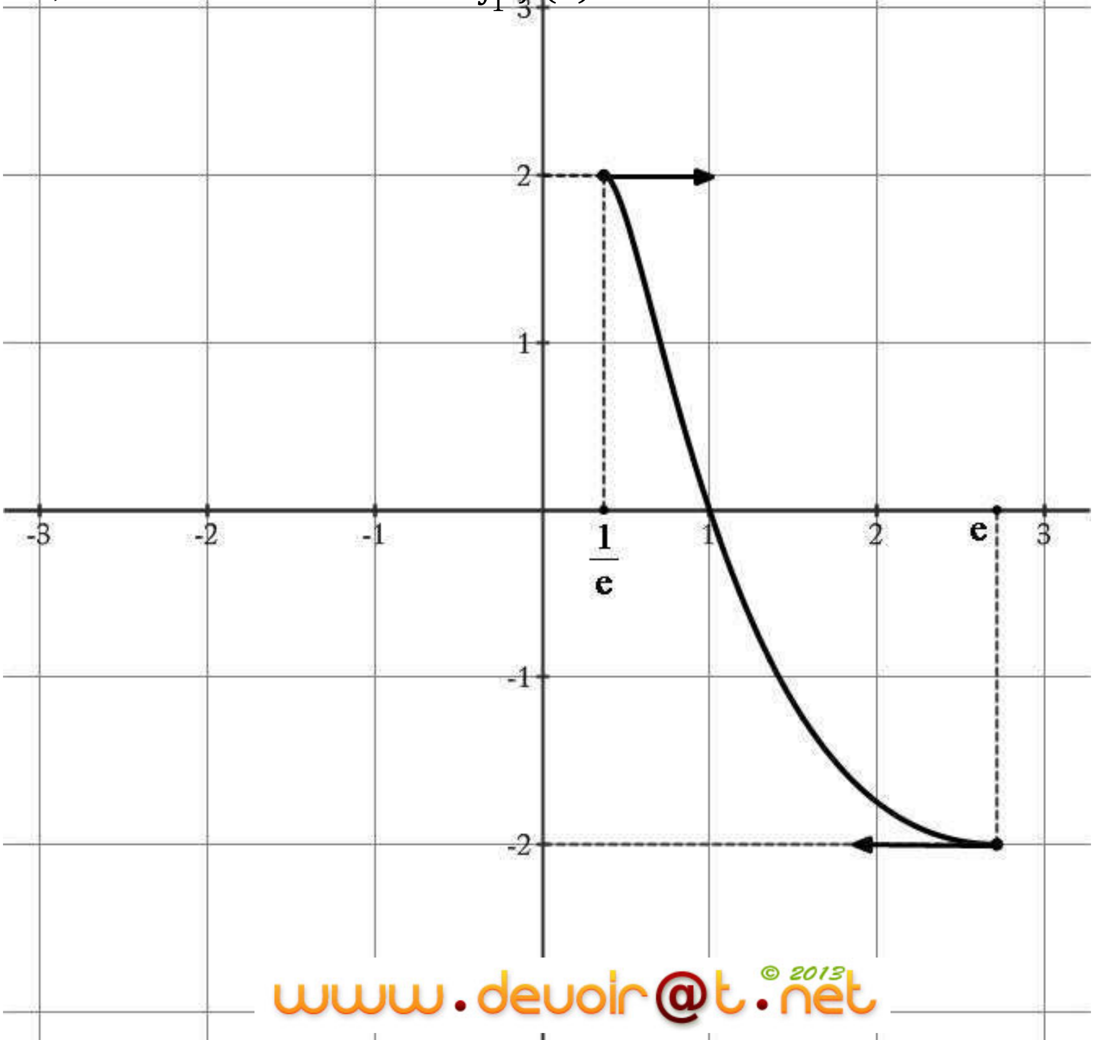
a. Calculer a_1

b. Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que pour tout entier n ≥ 1 :

$$u_{n+1} = e - (n+1)u_n$$

c. En déduire que $u_3 = 6 - 2e$

3) Soit A l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C') et les droites d'équations y = 0, x= -2 et x = 0 . Calculer$\int_1^e f(x)dx$. En déduire A



❖ **Exercice n°2:**

A. Lecture graphique :

Soit la fonction f définie sur [0 ;+∞[par : $\begin{cases} f(x) = a + bx\ln(x) \text{ si } x \in]0;+\infty[\\ f(0) = 1 \end{cases}$

- (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O ;$\vec{\imath},\vec{\jmath}$)
- (C) passe par le point A($\frac{1}{e}$; $1+\frac{2}{e}$) .
- La tangente à(C) en B passe par le point C(2,-1).

1./ Donner f(1), f '(1) et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

2./ En déduire les valeurs de a et b.

3./ Dresser le tableau de variation de f.

B) Dans cette partie on admet que : a=1 et b= -2.

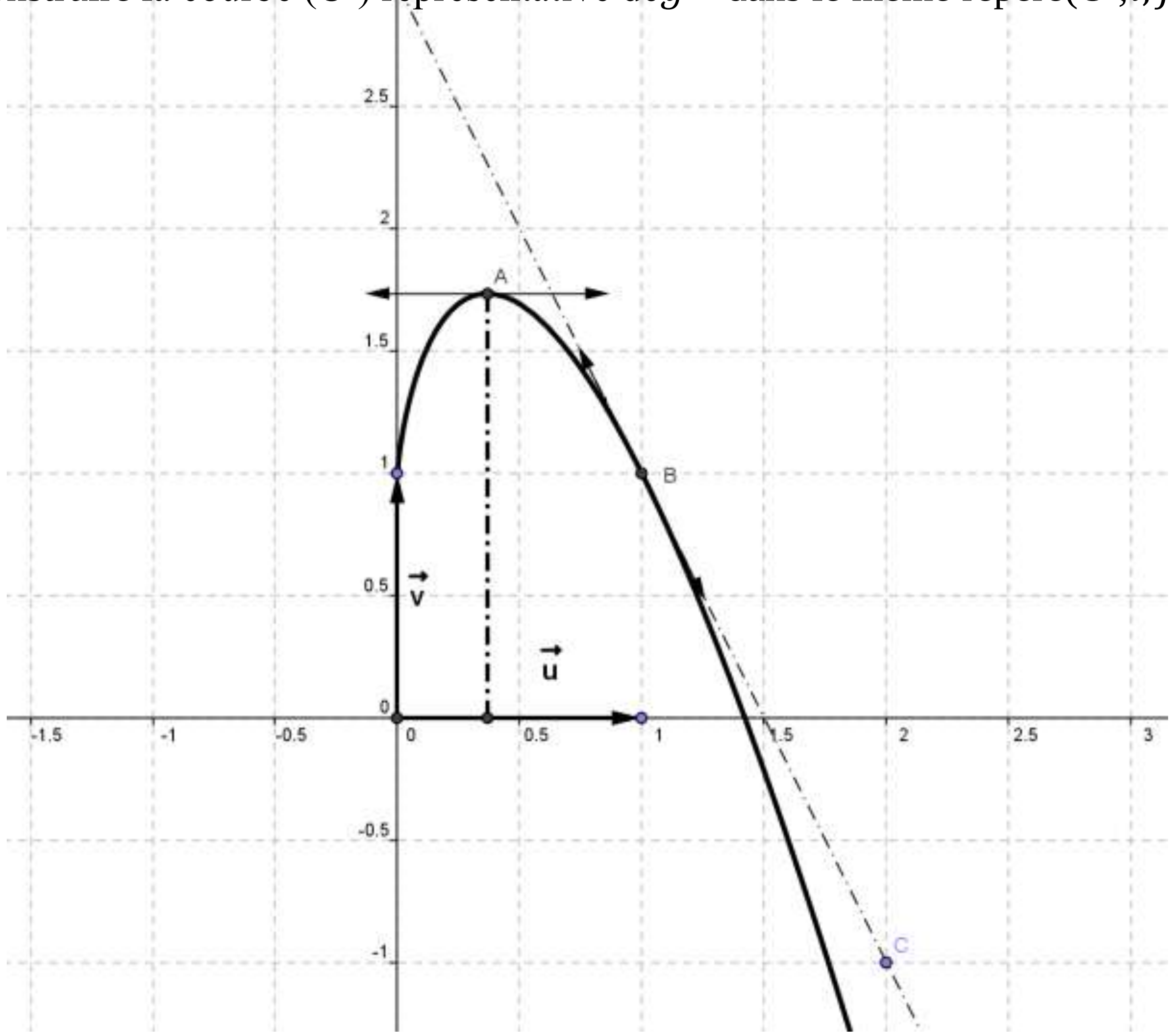
Soit g la restriction de f sur $[\frac{1}{e};+\infty[$

1./ a. Montrer que g réalise une bijection de $[\frac{1}{e};+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b. Etudier la dérivabilité de g^{-1}à droite de $1+\frac{2}{e}$et en 1.

Interpréter graphiquement les résultats.

c) Construire la courbe (C') représentative deg^{-1}dans le même repère(O ;$\vec{\imath},\vec{\jmath}$).



❖ Exercice n°3:

Dans l'espace ξ rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$).On donne les points :

A(2;1;1) et I (3;-1;0) . P =$\{M \in$ ξ tel que $MA^2 - \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI} = 0\}$

1) a) Vérifie que A ∈ P

b) Montrer que P est un plan dont une équation cartésienne est : x - 2y - z +1 = 0 .

2) Soit S la sphère de centre I et passant par A. Déterminer une équation cartésienne de S.

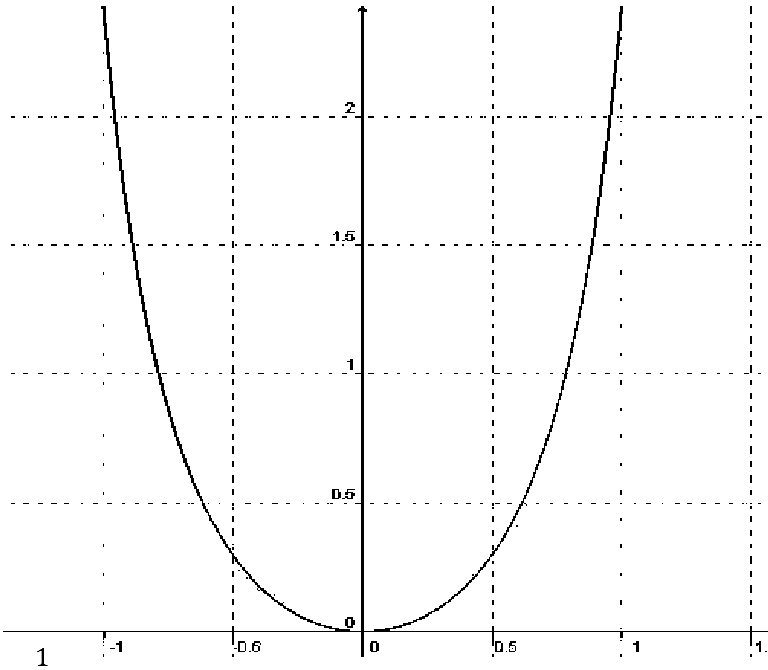
3) Soit Q le plan dont une équation cartésienne est : 2x - y + z - 4 = 0 .

a. Montrer que le plan Q coupe la sphère S suivant un cercle (C) dont on précisera les Coordonnées de son centre H et son rayon r.

b. Soit le point B(2;-2;-2) . Vérifier que [AB]est un diamètre de (C).

c. Déterminer une équation cartésienne du plan R tangent à S en B.

❖ Exercice n°4:



Dans le graphique ci-contre, on a représenté la fonction f définie Sur $]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[[$ par :

f(x) = $tan^2 x$.

On note D la partie du plan délimitée par C, l'axe des abscisses et les droites d'équations :

x= $-\frac{\pi}{4} et\ x = \frac{\pi}{4}$

1) a- Calculer$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$

b- En déduire l'aire de D.

2) a- Montrer que :$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f^2(x)dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx = \frac{1}{3}$

b-Calculer le volume du solide engendré par la rotation de D autour de l'axe des abscisses.

❖ Exercice n°5: cocher la réponse juste

1.Leréel$\sqrt{e}$ $est\ solition\ de\ l'equation$: $\ln(lnx)) = 0$; $1 - 2lnx = 0$; $\ln(x^2 - e)$

2.La fonction f(x) =ln($|x+2|$) $- \ln(-x)$ est définie sur :]-∞ ;-2] ; R^* ; $R^*\{-2\}$

3.$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+2x)}{x}$ = 1 ; 2 ; 0

4.$\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(1+2x)}{x}$ = 0 ; 1 ; +∞

5.$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x^2 ln^3 x}$ = $-\infty$; 0 ; +∞