

### Exercice 1

L'espace E est rapporté à un repère orthonormé (O ;i,j).

On donne les points A(3,0,0) ;B(0,1,1) ; C(-1,1,2) et D(3,1,1).

1/ a. Déterminer les composantes de  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$  puis déduire que les points A,B et C forment un plan dont on donnera une équation.

b. Calculer l'aire du triangle ABC.

c. Montrer que les points A,B,C et D sont non coplanaires.

2/ a. On note V le volume du tétraèdre ABCD. Montrer que  $V = \frac{1}{2}$ .

b. Soit H le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC).Calculer DH.

3/ a. Calculer la distance du point D à la droite (AC).

b. On note H' le projeté orthogonal de D sur la droite (AC),Montrer que le triangle DHH' est rectangle.

### Exercice 2

Soit  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

1/ Dresser le tableau de variation de f

2/ Soit  $g = f|_{[0;+\infty[}$ .Montrer que g réalise une bijection de  $[0 ;+\infty[$  sur un intervalle J que l'on précisera.

3/ Soit  $g^{-1}$  sa fonction réciproque,

a. Calculer  $g^{-1}(1)$  et  $g^{-1}(2)$  .

b. Montrer que g est dérivable en 2 et calculer  $(g^{-1})'(2)$  .

c. Expliquer pourquoi  $g^{-1}$  n'est pas dérivable à droite en 1.

d. Expliciter  $g^{-1}(x)$  pour  $x \in J$ .

### Exercice 3

Soit f la fonction définie sur  $[0 ;1]$  par :  $f(x) = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ .

1/ Dresser le tableau de variation de f.

2/ a. Montrer que f es une bijection de  $[0 ;1]$  sur  $[0 ;\frac{1}{2}]$  .

b. On désigne par  $f^{-1}$ la fonction réciproque de f.

☒ Dire pourquoi  $f^{-1}$  n'est pas dérivable en  $\frac{1}{2}$  ?

☒ Montrer que  $f^{-1}$ est dérivable sur  $[0 ;\frac{1}{2}[$  .

c. Calculer  $f^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$  et  $(f^{-1})'\left(\frac{1}{4}\right)$  .

d. Montrer que, pour tout  $x \in [0; \frac{1}{2}[$ ,  $(f^{-1})'(x) = \frac{-4}{\pi\sqrt{1-4x^2}}$  .

#### Exercice 4

L'espace est rapporté à un RON  $(O, i, j, k)$ .

On considère les points  $A(-1 ; 0 ; 1)$ ,  $B(1 ; 4 ; -1)$  et  $C(3 ; -4 ; -3)$ .

1/ Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

2/ a. Déterminer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ .

b. En déduire que le plan (ABC) a pour équation :  $x+z=0$ .

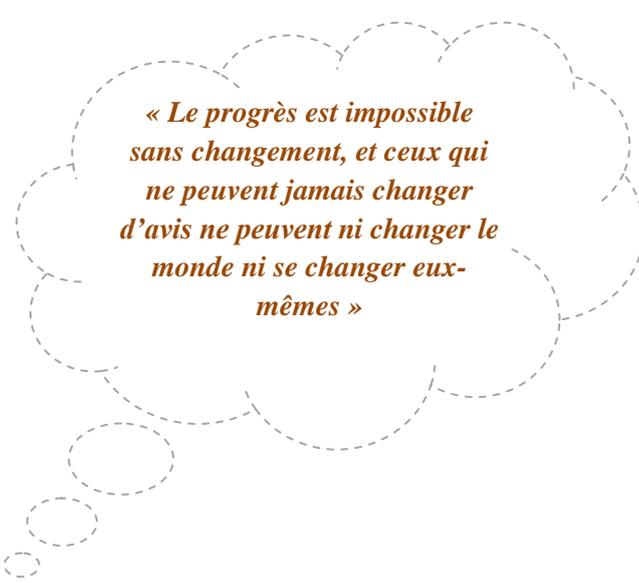
3/ Soit la droite D : 
$$\begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = 2\alpha \\ z = 2 - 2\alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}.$$

a. Montrer que la droite D est sécante au plan (ABC).

b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection I.

4/ Soit  $K(4 ; 0 ; 4)$  et S la sphère de centre K et tangente au plan (ABC).

Donner une équation de S.



*« Le progrès est impossible  
sans changement, et ceux qui  
ne peuvent jamais changer  
d'avis ne peuvent ni changer le  
monde ni se changer eux-  
mêmes »*

