Série N°10
Espace - Fonction réciproque

Mr :Afli Ahmed
Niveau : 4 Sc

Exercice 1

L'espace E est rapporté à un repère orthonormé (O ;i,j).

On donne les points A(3,0,0) ;B(0,1,1) ; C(-1,1,2) et D(3,1,1).

1/ a. Déterminer les composantes de $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ puis déduire que les points A,B et C forment un plan dont on donnera une équation.

b. Calculer l'aire du triangle ABC.

c. Montrer que les points A,B,C et D sont non coplanaires.

2/ a. On note V le volume du tétraèdre ABCD. Montrer que V= $\frac{1}{2}$.

b. Soit H le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC).Calculer DH.

3/ a. Calculer la distance du point D à la droite (AC).

b. On note H' le projeté orthogonal de D sur la droite (AC),Montrer que le triangle DHH' est rectangle.

Exercice 2

Soit f(x) = $\sqrt{x^2+1}$

1/ Dresser le tableau de variation de f

2/ Soit g =$f_{|[0;+\infty[}$.Montrer que g réalise une bijection de [0 ;+∞[sur un intervalle J que l'on précisera.

3/ Soit g^{-1} sa fonction réciproque,

a. Calculer $g^{-1}(1)$ et $g^{-1}(2)$.

b. Montrer que g est dérivable en 2 et calculer $(g^{-1})'(2)$.

c. Expliquer pourquoi g^{-1} n'est pas dérivable à droite en 1.

d. Expliciter $g^{-1}(x)$ pour $x \in J$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur [0 ;1] par : $f(x) = \frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$.

1/ Dresser le tableau de variation de f.

2/ a. Montrer que f es une bijection de [0 ;1] sur [0 ;$\frac{1}{2}$] .

b. On désigne par f^{-1}la fonction réciproque de f.

- **Dire pourquoi f^{-1} n'est pas dérivable en $\frac{1}{2}$?**
- **Montrer que f^{-1}est dérivable sur [0 ; $\frac{1}{2}$[.**

c. Calculer $f^{-1}(\frac{1}{4})$ et $(f^{-1})'(\frac{1}{4})$.

d. Montrer que, pour tout x∈ $[0;\frac{1}{2}[$, $(f^{-1})'(x) = \frac{-4}{\pi\sqrt{1-4x^2}}$.

Exercice 4

L'espace est rapporté à un RON (O,i,j,k).
On considère les points A(-1 ;0 ;1) , B(1 ;4 ;-1) et C(3 ;-4 ;-3).
1/ Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

2/ a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b. En déduire que le plan (ABC) a pour équation : x+z=0.

3/ Soit la droite D : $\begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = 2\alpha \\ z = 2 - 2\alpha \end{cases}$ **;** $\alpha \in R$.

a. Montrer que la droite D est sécante au plan (ABC).
b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection I.

4/ Soit K(4 ;0 ;4) et S la sphère de centre K et tangente au plan (ABC).

Donner une équation de S.

« Le progrès est impossible sans changement, et ceux qui ne peuvent jamais changer d'avis ne peuvent ni changer le monde ni se changer eux-mêmes »