❖❖EXERCICE 01❖❖

Soit $g(x)=\sqrt{x}\sin(x)$

1- Déterminer D_g

2- Justifier que g est dérivable sur $]0,+\infty[$ et calculer $g'(x)$

3- Montrer que g est dérivable en 0^+ .

❖❖EXERCICE 02❖❖

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $\begin{cases} f(0)=2 \\ f'(x)=\sqrt{x^2+1}\,;\ \forall x\in\mathbb{R} \end{cases}$

Déterminer une valeur approchée de $f(0,1)$,puis de $f(0,2)$

❖❖EXERCICE 03❖❖

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{si } [-1,+\infty[\setminus\{0\} \\ \dfrac{1}{2} & \text{si } x=0 \end{cases}$

Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0

❖❖EXERCICE 04❖❖

Soit $f(x)=\sin(2x)-3\cos(x)$

1- Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer $f'(x)$

2- Montrer qu'il existe $\alpha\in\left]\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right[$ telle que $2\cos(2\alpha)+3\sin(\alpha)=\dfrac{9-3\sqrt{3}}{\pi}$

❖❖EXERCICE 05❖❖

Soit $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x} & \text{si } x\in[-1,1]\setminus\{0\} \\ 0 & \text{si } x=0 \end{cases}$

1- Montrer que f est continue sur $[-1,1]$

2- Etudier la dérivabilité de f en 0

3- La fonction f est-elle dérivable à gauche en 1 et à droite en (-1)

❖❖EXERCICE 06❖❖

Soit $\varphi(x)=1+\dfrac{1}{2}\cos(x)$; $x\in[0,\pi]$

1- Etudier les variations de φ

2- Montrer que (C_f) admet un seul point d'inflexion I

3- Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

❖❖EXERCICE 07❖❖

Soit $h(x)=\sqrt{\frac{x}{x-1}}$

1- Déterminer D_h

2- Dresser le tableau de variation de h.

3- Soit $g(x)=h[\sin(x)]$; $x\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

Montrer que g est dérivable sur $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ et calculer $g'(x)$.

❖❖EXERCICE 08❖❖

Soit $g(x)=\cos\left(\sqrt{x}\right)$; $x\in\left[0,\pi^2\right]$

1- a) Vérifier que $g(x)=1-2\sin^2\left(\frac{\sqrt{x}}{2}\right)$; $x\in\left[0,\pi^2\right]$

b) Montrer que g est dérivable en 0 et calculer $g'(0)$

2- a) Justifier que g est dérivable sur $\left[0,\pi^2\right]$ et calculer $g'(x)$

b) Dresser le tableau de variation de g

3- Résoudre dans $\left[0,\pi^2\right]$ l'équation $g(x)=0$

❖❖EXERCICE 09❖❖

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}^*_+$ par $\begin{cases} h'(x)=\frac{1}{x} & \text{si } x\in\mathbb{R}^* \\ h(0)=0 & \text{si } x=0 \end{cases}$

On pose $F(x)=h\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$

1- Montrer que F est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Calculer $F'(x)$

2- Montrer que F est une fonction impaire.

3- Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}_+$, on a : $F(x)\leq x$

❖❖EXERCICE 10❖❖

Soit $f(x)=\begin{cases} \sqrt{1+x^2} & \text{si } x\geq 0 \\ 1+\sin\left(\frac{x}{2}\right) & \text{si } x<0 \end{cases}$

1- a) Sans calculer la dérivée de f sur $\mathbb{R}_+$, montrer que f est croissante sur $\mathbb{R}_+$

b) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}_+$.

2- a) Etudier la dérivabilité de f en 0.

b) Soit $x\in\mathbb{R}^*$, calculer $f'(x)$.

3- Soit $g(x)=f\left(x^2\right)$

a) Montrer que g est croissante sur $\mathbb{R}_+$ et décroissante sur $\mathbb{R}_-$.

b) Prouver que g est dérivable sur $\mathbb{R}$.

c) Calculer $g'(x)$ sur $\mathbb{R}$.