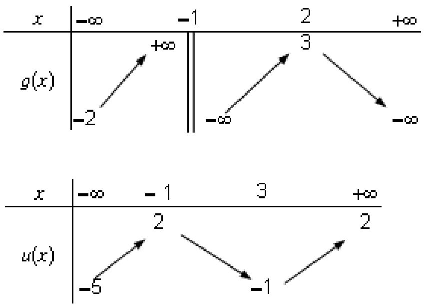
Exercice n°1 :

Soit f la fonction définie sur ℝ par : $\begin{cases} f(x) = x - \sin x + 2 & \text{si } x < 0 \\ f(x) = \sqrt{x^2 + x} + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1. a. Montrer que f est continue en 0.
   b. Étudier la continuité de f sur chacun des intervalles suivants : $]-\infty; 0[$ et $]0; +\infty[$.
2. Calculer la limite de f en (- ∞).
3. a. Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution α dans l'intervalle $[-3, -2]$.
   b. Trouver un encadrement de α à 10^{-1} prés.

Exercice n°2 :

Deux fonctions g et u sont données par leurs tableaux de variations



Déterminer u o g(2) ; $\lim_{+\infty}$ gou ; $\lim_{+\infty}$ uog

Exercice n°3 :

Soit la fonction f définie sur ℝ par f(x) = x^3 + x - 1.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère (O ;$\vec{i}$;$\vec{j}$).

1. Dresser le tableau de variation de f.
2. Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution α dans l'intervalle $[0; 1]$.
3. Montrer que le point I (0 ;-1) est un point d'inflexion de (C_f).

Exercice n°4 :

Soit la fonction f définie sur ℝ par f(x) = 3x +2sin x.

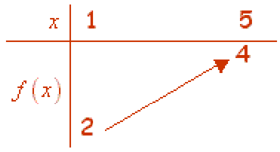
1.
   a. Montrer que pour tout réel x : 3x - 2 ≤ f(x) ≤ 3x + 2.
   b. En déduire $\lim_{-\infty}$ f et $\lim_{+\infty}$ f.
2. Soit la fonction g définie sur ℝ par g(x) = $\begin{cases} \frac{x}{f(x)} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{1}{5} & \text{si } x = 0 \end{cases}$.
   a. Montrer que g est continue en 0.
   b. Montrer que pour tout x ∈ $\left]\frac{2}{3}, +\infty\right[$; $\frac{x}{3x+2} \leq g(x) \leq \frac{x}{3x-2}$
   c. En déduire $\lim_{+\infty} g$. Interpréter géométriquement le résultat.

Exercice n°5 :

Dans cette exercice, les nombres complexes sont représentés dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$).
Une réponse correcte vaut 0,5 point, une réponse fausse enlève 0,25 et l'absence de réponse ne rapporte ni enlève aucun point. Une note négative est ramenée à zéro.
Cochez **la ou les** réponses exactes :

Q_1/

Le tableau de variation d'une fonction f est le suivant:

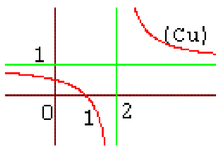


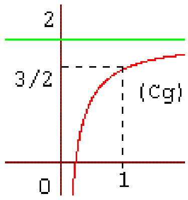
Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.

- ☐ Pour tout n de ℕ, on a : $1 \leq u_n \leq 5$.
- ☐ Pour tout n de ℕ, on a : $u_n \leq u_{n+1}$.
- ☐ Pour $u_0 = 5$, la suite (u_n) est encore croissante.
- ☐ Si, Pour tout n de ℕ, on a : $\left|u_n - \frac{5}{2}\right| \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ alors $\lim_{+\infty} u_n = 0$
- ☐ La suite (u_n) est convergente.

Q_2/

u est définie dans $\mathbb{R} - \{2\}$ par $u(x) = \dfrac{x-1}{x-2}$ et g est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$. Les courbes (Cu) et (Cg) sont tracées ci dessous.
On considère la fonction composée $f = g \circ u$.





- ☐ f est définie dans ℝ/ {2}.
- ☐ $\lim_{1^-} f = 0$.
- ☐ $\lim_{+\infty} f = 1{,}5$.
- ☐ $\lim_{2^+} f = +\infty$.
- ☐ f est strictement décroissante sur les intervalles $]-\infty; +1[$ et $]2; +\infty[$.

Exercice n°6 :

f est une fonction dérivable sur IR ayant pour tableau de variations :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗	2	↘	-3	↗	0

1. Donner l'équation de la tangente à la courbe (C_f) de f au point d'abscisse (-1).
2. Déterminer le nombre de solution de l'équation : f(x) = -1.
3. Calculer $\lim_{0^+} f\left(\frac{1}{x}\right)$ et $\lim_{(-1)^+} \frac{1}{f(x)-2}$.
4. La quel des courbes suivantes est celle de f' la fonction dérivée de f ?

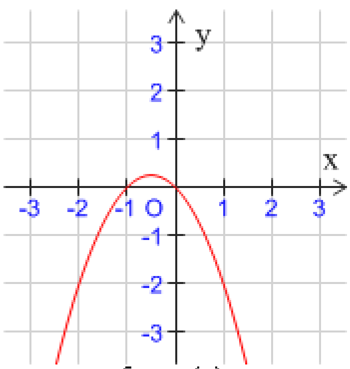


figure (a)

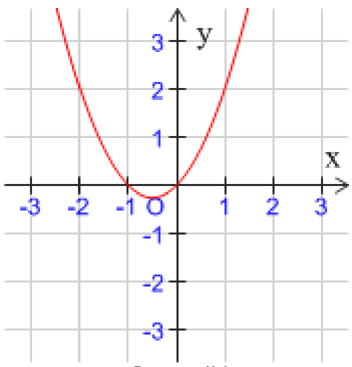


figure (b)

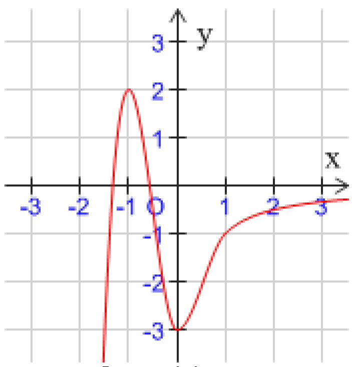


figure (c)