Lycée Nasrallah PROF : BenTaiebLotfi	BAC2016/2017 **$4^{ème}$ Sc** SERIE Révision MATHEMEATIQUES

Exercice1

Soit la suite U définie sur ℕ par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = 2 - \frac{5}{4+U_n}$

1/ Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$ on a : $0 \leq U_n < 1$

2/Montrer que U est croissante

3/ Montrer que U_n est convergente et calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

4/a. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$ on a : $1 - U_{n+1} \leq \frac{1}{4}(1 - U_n)$

b. En déduire que $1 - U_n \leq (\frac{1}{4})^n$ $\forall n \in \mathbb{N}$ et retrouver $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

5/ On pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{1-U_k} + 1$

a. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $S_n \geq \frac{4}{3}(4^n - 1) + n$
b. Déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$
c. Montrer que la suite S_n n'est pas majorée.

Exercice 2

Soit la fonction g définie par $g(x) = -1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$

1/Dresser le tableau de variation de g

2/Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{x^2+3} - x + 1)$

a. Montrer que $f'(x) = \frac{1}{2} g(x)$ puis dresser le variation de f

b. Montrer que $\forall x \geq 0, |f'(x)| \leq \frac{1}{2}$

3/ Soit la suite U_n définie par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ pour tout entier naturel n

a. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$ on a $U_n \geq 0$
b. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|U_{n+1} - 1| \leq \frac{1}{2}|U_n - 1|$
c. En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|U_n - 1| \leq (\frac{1}{2})^n$
d. Calculer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

Exercice 3

On considère la suite U définie par : $U_1 = \frac{1}{4}$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{2+2U_n}$

1/a. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$ on a : $0 < U_n \leq 1$

b. Montrer que U est décroissante et déduire qu'elle est convergente

c. Déterminer la limite de U_n

2/ Soit V la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $V_n = 1 + \frac{1}{2U_n}$

a. Montrer que V est une suite géométrique de raison 2
b. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n = \frac{1}{3\times2^n - 2}$

www.devoirat.net 2016

c. Retrouver la limite de la suite U_n

3/ Soit W la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $W_n = \frac{2^n}{n}$

a. Montrer que pour tout $n \geq 3$: $\frac{W_{n+1}}{W_n} \geq \frac{3}{2}$

b. Montrer que récurrence que pour tout $n \geq 3$: $W_n \geq 4(\frac{3}{2})^{n-3}$

c. Déterminer la limite de W_n

4/ Soit S_n la suite définie par : $S_n = \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \frac{1}{U_3} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{U_n}$

a. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}^*$ on a $S_n = 6n(W_n - \frac{n+3}{3n})$

b. En déduire la limite de la suite S_n

Exercice 4

L'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On donne les points A(1,1,2), B(-1,2,0), C(3,0,1) et D(0,2,-1)

1/a. Calculer les composantes du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b. En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés

c. Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires

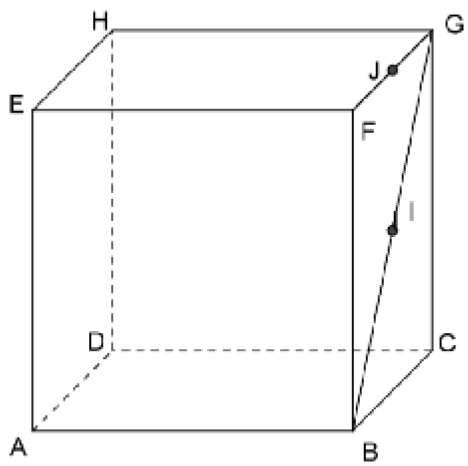
2/a. Calculer l'aire du triangle ABC

b. Calculer le volume de tétraèdre ABCD

c. En déduire la distance du point D au plan ABC

3/ Déterminer l'ensemble des points M de l'espace tel que $(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}) \wedge \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

Exercice 5



L'espace muni d'un repère orthonormé direct

$R = (A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$.

Soit ABCDEFGH un cube. I = G*B et J= G*F et L un point variable sur [CG] distinct de C et G

1/a. Montrer que $\overrightarrow{JI} \wedge \overrightarrow{JG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{FE}$ (sans calcul)

b. En déduire l'aire du triangle GIJ

2/ On pose $\overrightarrow{CL} = \alpha\,\overrightarrow{CG}$ avec $\alpha \in]0,1[$

a. Déterminer les coordonnées des ponts A, B, C, D, E, F, G et H dans R

b. Vérifier que L $(1,1,\alpha)$ dans R

c. Montrer que d (L, (BH))= $d(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{3}(\alpha^2 - \alpha + 1)}$

d. Déterminer la position du point L tel que la distance $d(\alpha)$ soit minimale

3/ Calculer le volume du tétraèdre ALIJ

www.devoirat.net 2016