

Exercice 1 ☺

1/ Montrer que la fonction U définie par $U(x) = \frac{1}{1-\cos x}$ réalise une bijection de l'intervalle $]0, \pi[$

sur $[\frac{1}{2}, +\infty[$. <https://www.facebook.com/MathTewa/>

2/ Soit la fonction g définie sur l'intervalle $]0, \pi[$ par : $g(x) = \int_1^{u(x)} \frac{-dt}{t\sqrt{2t-1}}$

3/ Montrer que pour tout x dans $]0, \pi[$, $g(x) = x - \frac{\pi}{2}$ puis calculer l'intégrale : $\int_2^3 \frac{-dt}{t\sqrt{2t-1}}$

Exercice 2 ☺

A/ Soit la fonction polynôme définie par : $P(x) = 3x^3 - x^2 - 2x + 1$

1) Calculer $P(1)$ puis déterminer les réels a, b et c tels que $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (x-1)(ax^2+bx+c)$

2) Étudier le signe de $P(x)$

B/ Soit la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = x^2 - x + 1 - 2 \log x$

Étudier le sens de variation de g puis en déduire le signe de $g(x)$ ☺

C/ Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = x + 1 + \frac{x + \log x}{x^2}$

On note par C sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1/ Étudier les variations de f ☺

2/ Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution γ et que : $0,4 \leq \gamma \leq 0,5$

3/ a) Montrer que la droite Δ d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe C

b) Étudier les variations ☺ de la fonction h définie sur $]0, +\infty[$ par $h(x) = x + \log x$

c) 2/ Montrer que l'équation $h(x)=0$ admet une unique solution ω et que : $0,5 \leq \omega \leq 0,6$

d) ☺ En déduire la position relative de C et Δ puis tracer C et Δ ☺

Exercice 3 ☺

Partie A ☺

1/ Étudier la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ et tracer sa courbe C dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

2/ Tracer dans le même repère la courbe ζ' d'équation : $y = -f(x)$

Soit la courbe $H = \mathcal{C} \cup \zeta'$

Montrer que H est une hyperbole ☺ dont on précisera l'équation réduite puis les coordonnées de sommets et des foyers .

3/ soit la fonction φ définie par : $\varphi(x) = \log[x + 1 + f(x)]$

Montrer que φ est une primitive de $\frac{1}{f}$ sur \mathbb{R}

4/ On pose : $A = \int_{-2}^0 f(x) dx$ et $B = \int_{-2}^0 \frac{(x+1)^2}{f(x)} dx$

a/ Montrer que : $A - B = 2 \log(1 + \sqrt{2})$

b/ Au moyen d'une intégration par parties sur B , montrer que : $A + B = 2\sqrt{2}$

En déduire ☺ les valeurs de A et B : P

Partie B ☹

Pour tout entier naturel non nul n , on pose : $\Pi_n = \int_{-1}^0 \frac{(x+1)^n}{f(x)} dx$

a) Calculer Π_1 et Π_2

b) Montrer en utilisant une intégration par parties que : $\forall n \geq 1, \Pi_{n+2} = \frac{\sqrt{2}}{n+2} - \frac{n+1}{n+2} \Pi_n$

c) Déterminer Π_3 et Π_4

d) Montrer que la suite (Π_n) est décroissante et minorée par 0

Exercice 4 ☺

1/ Étudier les variations ☺ de la fonction f de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par : $f(x) = e^x - x$

Construire la courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

2/ Montrer que f admet une réciproque f^{-1} définie sur \mathbb{R} et écrire l'expression de f^{-1}

3/ Déterminer la fonction dérivée de f^{-1} et calculer l'intégrale : $\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{(t^2+4)}}$

Exercice 5 ☺

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{-x} \log(1 + e^x)$ et on note \mathcal{C} la courbe représentative de f dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1/ On considère la fonction g définie sur $[0, +\infty[$ par $g(t) = \frac{t}{t+1} - \log(1+t)$

Étudier les variations de g sur $[0, +\infty[$ et en déduire le signe de $g(t)$.

2.a. Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = e^{-x} \left[\frac{e^x}{1+e^x} - \log(1+e^x) \right]$

b. Etudier le sens de variation de f .

3.a. Montrer que pour tout réel $x, f(x) = xe^{-x} + e^{-x} \log(1+e^{-x})$ ☺

b. En déduire la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

c. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$ ☺

4. Dresser le tableau de variation de f et tracer la courbe C

Tapez une équation ici.

Oueslati Aymen Tél 27677722