Oueslati Aymen Intégration Bac 2017/2018
Tél 27677722 www.facebook.com/MathTewa

Exercice 1 :

1/ En utilisant le théorème des accroissements finis , montrer que :

$\forall x \in IR$ on a $|e^x-1| \leq |x|e^{|x|}$.

2/ Soit $x \in \left]-\frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2}\right[$ **et** $h(x)=\int_0^{tgx} \frac{dt}{t^2}$.

a)Montrer que h(x) est dérivable sur $\left]-\frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2}\right[$ **et calculer h'(x) .**

b) En déduire h(x).

Exercice 2 :

On pose pour tout entier naturel nb non nul : $U_n = \int_1^e x^2(lnx)^n$

0/calcule Uo.

1/ A l'aide d'une intégeration par parties , calcule U_1

2/A l'aide d'une intégration par parties , démontrer que pour tout entier naturel n non nul :

$3U_{n+1} + (n+1)\, U_{n+1} = e^3$.

4/En déduire U_2 .

5/Démontre que pour toute entier naturel n, U_n *est positive.*

6/Déduire de la question 3 que pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$U_n \leq \frac{e^2}{n+1}$$

7/En déduire $\lim\limits_{+\infty} U_n$

Exercice 3

Partie A

On concidère la fonction F définie sur $\left[\!\left[0\,,\ \frac{\pi}{4}\right]\!\right]$ **par** $F(x) = \int_0^{\tan x} \frac{dt}{1+t^2}$.

1 / Vérifier que F est dérivable sur $\left[\!\left[0\,,\ \frac{\pi}{4}\right]\!\right]$

Et déterminer sa fonction dérivée.

2/ En déduire que pour tout $x \in \left[\!\left[0 \quad \frac{\pi}{4}\right]\!\right]$, **F(x)=x .**

3) Calculer $\int_0^1 \frac{dt}{1+t^2}$.

Partie B

Soit $\coprod_n = \int_0^1 \frac{dt}{(1+t^2)^n}$

1/ Calculer $\coprod_0$ et $\cup_1$.

2/ Montre que pour tout $n \geq 1$

$$\coprod_{n+1} = \frac{1}{2n}\left(\frac{1}{2^n} + (2n-1)\coprod_n\right)$$

Exercice 4 :

Soit la suite $\coprod_n$ définie par

$$\coprod_0 = \int_0^1 \sqrt{1-x}\,dx \text{ et } \coprod_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x}\,dx$$

1. Montrer que $\forall\, n \geq 1$. $0 \leq \coprod_n \leq \frac{1}{1+n}$
2. En déduire alors $\lim_{+\infty} \coprod_n$

3.a. Calculer $\coprod_0$ et $\coprod_1$

b. Exprimer $\coprod_{n-1}$ en fonction de $\coprod_n$

c. En déduire alors :) $\coprod_2$ et $\coprod_3$:P