EXERCICE N°1

ABC est un triangle équilatéral direct centre O. Soit A' et C' les milieux respectifs de [BC] et[AB].
On désigne par I le symétrique de O par rapport à C'

1) Montrer que te triangle OAI est équilatéral direct.

2) Soit f la similitude directe telle que f(I) = O et f(C) = B

a) Déterminer le rapport et l'angle de f .

b) Montrer que le centre Ω de f est un point commun des cercles circonscrits aux triangles OAI et OBC . Construire Ω

c) Montrer que f((AI)) = (OA) , calculer f((AC))

d) En déduire que f(A) = A'

3)Soit R la rotation de centre O et telle que R(A) = C et h l'homothétie de centre B et de rapport $\frac{1}{2}$

Montrer que f = h o R

4) Soit g la similitude indirecte telle que g(I) = O et g(C) = B , On note J son centre.

a) Déterminer le rapport de g.

b) Calculer $(gof^{-1})(O)$ et $(gof^{-1})(B)$, caractériser gof^{-1}

c) Montrer que g(B) = A' et que J est le barycentre de (C, 1) et (A' , -4)

d) Montrer que l'axe Δ de g est la perpendiculaire à (BC) en J .

Exercice 2

On donne dans le plan orienté un triangle IFJ tel que FJ = 2 FI et $\left(\overrightarrow{FI}, \widehat{\overrightarrow{FJ}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$.

Soit A le milieu de segment [IJ]. la perpendiculaire à (AF) en F coupe les médiatrice de [IF] et [FJ] respectivement en B et C , on pose H = J * C

1) Soit S la similitude directe qui transforme B en A et I en J.

a) Vérifier que IBA est rectangle en I et déduire l'angle de S.

b) Montrer que tg ($I\hat{J}F$) = $\frac{IB}{IA}$ en déduire que S a pour rapport 2 .

c) Montrer que F est le centre de S

d) Déterminer S ((AB)) et déduire que S (A) = C

2/ a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement f qui transforme J en I et C en J.

b) Montrer que f est une symétrie glissante que l'on caractérisera

c) Vérifier que f (H) = A

3/ a) Déterminer la nature de g = S o f

b) Montrer que g admet un centre que l'on Déterminera .

c) Préciser alors la forme réduite de g

Exercice n°3:

Dans le plan orienté, on considère un triangle rectangle ABC tels que AB=2AC et $\left(\overrightarrow{AB}, \widehat{\ }\overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$. Soit I le milieu de [AB].

1) Soit S la similitude directe qui transforme A en B et C en A.

a) Déterminer le rapport et l'angle de S.

b) Soit Ω le centre de S. Montrer que Ω est le projeté orthogonal de A sur (BC).

2) Soient (Γ) et (Γ') les cercles de diamètres respectifs [AC] et [AB].

a) Montrer que S(Γ) = (Γ').

b) La droite (IC) recoupe (Γ) en un point E. On pose F=S(E).
Montrer que les points A, E et F sont alignés, puis construire F.

3) Soit f la similitude indirecte qui transforme Ω en A et A en B.

a) Vérifier que le rapport de f est différent de 1et montrer que f((BC))=(AC).

b) Vérifier que fof est une homothétie et en déduire que f((AC))=(BC).

c) Déterminer alors le centre de f et construire son axe (Δ).

4) Dans cette partie, On suppose que AC=1.On muni le plan complexe du repère orthonormé $\left(A,\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AC}\right)$.

a) Donner l'écriture complexe de S et déduire que l'affixe de Ω est $z_{\Omega}=\frac{2}{5}+\frac{4}{5}i$.

b) Déterminer l'écriture complexe de f.

c) Déduire qu'une équation cartésienne de (Δ) est : $(1+\sqrt{5})x+2y-2=0$.

Exercice 4 :

Dans le plan orienté, on considère deux triangles équilatéraux ADB et ACE de sens direct. On suppose que AB=AC, faire une figure en prenant AB = 4cm et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$. On note : O = B*C, J = A*E et I = A*D .Tracer le triangle OIJ.

1) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude directe S de centre C telle que S(J)=A.
2) Soit K = S(O).
   a) Montrer que le triangle COK est rectangle en O.
   b) Déduire la construction de K.
3) a) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude directe S' de centre B telle que S'(A) = I.
   b) Quelle est l'image de K par S' ?
4) Soit $g = S' \circ S$.
   a) Démontrer que g est une rotation de centre O et préciser son ongle.
   b) En déduire que le triangle OIJ est équilatéral.
5) Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
   a) Montrer que $R \circ S$ est une similitude directe dont on précisera le rapport et l'angle.
   b) Déterminer : $R \circ S(C)$ et $R \circ S(J)$. Construire alors le centre W de $R \circ S$.

Exercice 5

Dans le plan orienté P , on considère un carré ABCD de centre O tel que : ($\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$)$\equiv$ $\frac{\pi}{2}$ [2π]

On pose : K = B * C , J = C * D , G = S_J (K) ; E = A * D et L = J * K et F = (E J)$\cap$ (BC) .

On désigne par r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et h l'homothétie de centre J et de rapport 2 .

1°/ On considère S = r o h .

a) Vérifier que : S(J) = E et S (O) = K .

b) Montrer que S est une similitude directe dont on précisera le rapport et l'angle .

c) Soit Ω son centre , déterminer et construire Ω .

d) Montrer que S (L) = J . Déduire S (C) .

2°/ a) Déterminer S ((OK)) et S ((JK)) et en déduire S (K) .

b) Montrer que Ω , O et F sont alignés .

3°/ On désigne par ζ_1 et ζ_2 les cercles de centres respectifs O et K et passant par Ω .

ζ_1 et ζ_2 se coupent en O' .Soit M$\in$ ζ_1 , M' = S (M) .Montrer que O' , M et M' sont alignés

4°/ Soit σ la similitude indirecte de centre C telle que σ (J) = B .

a) Caractériser σ .

b) Déterminer σ (K) .

c) Déterminer σoS^{-1} (F) et σoS^{-1} (E) .

d) Caractériser σoS^{-1} .