proposer par/Oueslati Aymen

Coniques

Exercice1 :

Dans l'annexe ci-jointe **(Figure 1)**, $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé et (C) est le cercle de centre O passant par les points A(2, 0) et A'(- 2, 0).

1) Soit P(x, y) un point du plan n'appartenant pas à $(O, \vec{i})$, H son projeté orthogonal sur l'axe $(O, \vec{i})$ et M (X,Y) le milieu du segment [PH].

a) Exprimer X et Y à l'aide de x et y.

b) Montrer que lorsque P varie sur le cercle (C), M varie sur l'ellipse (E) d'équation $\frac{X^2}{4} + Y^2 = 1$.

c) Tracer l'ellipse (E) dans le même repère$(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2) Soit $P_0(1, \sqrt{3})$ et $M_0(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

La tangente (T) au cercle (C) en P_0 coupe l'axe des abscisses au point I.

a) Montrer que I a pour coordonnées (4, 0).

b) Montrer que la tangente à l'ellipse (E) en M_0 passe par I.

:Exercice2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

On considère $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M(x,y) tels que $x^2 + 9y^2 + 4x - 18y - 23 = 0$

1) Montrer que M(x,y) appartient à $\mathcal{E}$, si et seulement si , $\frac{(x+2)^2}{36} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$

2) En déduire la nature de $\mathcal{E}$ et déterminer ses éléments caractéristiques dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

Exercice3 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé directe$(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère l'ellipse ($\mathcal{E}$) d'équation $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$. Soit M le point de coordonnées $(\cos\theta \ , \ 2\sin\theta)$, où $\theta \in \left]0 , \frac{\pi}{2}\right[$.

1) a) Déterminer, par leurs coordonnées, les sommets et les foyers de ($\mathcal{E}$).

b)Tracer ($\mathcal{E}$) et placer ses foyers .

c) Vérifier que le point M appartient à ($\mathcal{E}$).

2) Soit (T) la tangente à ($\mathcal{E}$) en M.

Montrer qu'une équation de (T)dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ est $2x\cos\theta + y\sin\theta - 2 = 0$

3) On désigne respectivement par P et Q les points d'intersection de (T) avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées et on désigne par $\mathcal{A}$ l'aire du triangle OPQ.

a) Montrer que $\mathcal{A} = \frac{2}{\sin(2\theta)}$

b) On déduire que l'aire $\mathcal{A}$ est minimale si et seulement si M est le milieu de [PQ].

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

On considère $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M(x,y) tels que $x^2+9y^2+4x-18y-23=0$

1) Montrer que M(x,y) appartient à $\mathcal{E}$, si et seulement si , $\frac{(x+2)^2}{36}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$

2) En déduire la nature de $\mathcal{E}$ et déterminer ses éléments caractéristiques dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$