saidani moëz **similitudes** lycée de Mateur

bac maths 2014/2015

Exercice n°1

Dans le plan orienté, ABI est triangle équilatèral tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi]$.
Soit Ω le symétrie de B par rapport à (AI).

1. Soit R la rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$ qui transforme A en I.
   (a) Montrer que Ω est le centre de cette rotation.
   (b) Soit $C = R(A)$. Montrer que $I = A * C$
2. A tout point M de $[AB]$ distinct de A et B, on associe le point M' de $[IC]$ tel que $AM = IM'$.Montrer que le triangle $\Omega MM'$ est équilatérale.
3. Soit G le centre de gravité du triangle $\Omega MM'$ et S la similitude direct de centre Ω qui transforme M en G
   (a) Préciser le rapport et l'angle de cette similitude.
   (b) Montrer que $S(B) = I$ et construire le point $A' = S(A)$.
   (c) Montrer que les points I, G et A' sont alignés.

Exercice n°2

Dans le plan orienté, on considère le triangle équilatèral tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi]$.Soit H le milieu de $[BC]$; I le milieu de $[AC]$ et Δ la médiatrice de $[BC]$. On désigne par S la similitude directe de centre A qui envoie B en F. Soit M un point quelconque du plan et M' son image par S.

1. Déterminer l'angle et le rapport de S.
2. Construire le point J antécedent de B par S.
3. Soit le point N l'image de point M par la symétrie orthogonale d'axe Δ.
   (a) Montrer que $BM' = BN$ si et seulement si $JM = 2CM$

(b) Déduire alors l'ensemble des points M tel que $BM' = BN$

Exercice n°3

Dans le plan orienté, on considère un triangle rectangle ABC tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$ et $AB = 2AC$.Soient D et D' deux droites parallèles passant respectivement par B et C et ne contenant aucun des cotes du triangle ABC.Soit droite Δ passant par A et perpendiculaires à D et D'.La droite Δ coupe les droites D et D'respectivement en I et J.

1. Soit S la similitude direct qui transforme A en B et C en A.
   (a) Déterminer l'angle et le rapport de S.
   (b) Soit Ω le centre de S .Montrer que Ω est le projeté orthogonale de A sur (BC).
2. (a) Déterminer $S(D')$ et $S(\Delta)$
   (b) déduire $S(J)$
   (c) Montrer que le cercle de diamètre $[IJ]$ passe par Ω.

Exercice n°4

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthogonal direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ d'unité graphique 5 cm.

A, B, C désignent les points d'affixes respectives $1, -i$,et -1. On note g l'application qui à tout point M du plan ,d'affixe z associe le point $g(M)$ d'affixe :$z' = \dfrac{1 - i + z + iz}{3}$

1. (a) Déterminer $g(B)$.
   (b) On note I le milieu de $[BC]$.Prouver que les points O, A, I sont alignés.et placer les points O, A, B, C et I sur une figure
2. (a) Prouver que est une similitude directe dont on déterminera le centre Ω ;le rapport et l'angle.
   (b) Prouver que les points A, B et Ω sont alignés
3. (a) Déterminer la mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OI}\right)$. Montrer que l'image de la droite (OB) par g est la droite (OI).
   (b) Soit $O' = g(O)$ .Montrer que la droite (OO') est l'image par g de la droite (OB).
   (c) En déduire que les points I, O, O' et A sont alignés.
4. Montrer que les points I et Ω appartiennent au cercle de diamètre $[BO']$.