L.Ibn Khaldoun Jammel	******Série 24******	Mr :Afli Ahmed
$4^{ème}$M	coniques	02/2015

❖ Exercice n°1 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé directe $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère l'ellipse $(\mathcal{E})$ d'équation $x^2+\frac{y^2}{4}=1$. Soit M le point de coordonnées $\left(\cos\theta\ ,\ 2\sin\theta\right)$, où $\theta\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

1) a) Déterminer, par leurs coordonnées, les sommets et les foyers de $(\mathcal{E})$.
   b) Tracer $(\mathcal{E})$ et placer ses foyers .
   c) Vérifier que le point M appartient à $(\mathcal{E})$.
2) Soit (T) la tangente à $(\mathcal{E})$ en M.
   Montrer qu'une équation de (T)dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ est $2x\cos\theta+y\sin\theta-2=0$
3) On désigne respectivement par P et Q les points d'intersection de (T) avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées et on désigne par $\mathcal{A}$ l'aire du triangle OPQ.
   a) Montrer que $\mathcal{A}=\frac{2}{\sin(2\theta)}$
   b) On déduire que l'aire $\mathcal{A}$ est minimale si et seulement si M est le milieu de [PQ].

❖ Exercice n°2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

On considère $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M(x,y) tels que $x^2+9y^2+4x-18y-23=0$

1) Montrer que M(x,y) appartient à $\mathcal{E}$, si et seulement si , $\frac{(x+2)^2}{36}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$
2) En déduire la nature de $\mathcal{E}$ et déterminer ses éléments caractéristiques dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

❖ Exercice n°3 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. Soit f la similitude directe de centre A(O,1) , de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

1) Donner l'écriture complexe de la similitude f

2) a/ Soit un point M(x ,y) et M'(x',y') son image par f . Vérifier que $\begin{cases}x'=x-y+1\\ y'=x+y\end{cases}$

b/ En déduire x et y en fonction de x' et y'

3) Soit la courbe $\mathcal{C}$ d'équation : $x^2+y^2-2xy+x-3y=0$ et la courbe $\mathcal{C}'=f(\mathcal{C})$

a/ Déterminer une équation de $\mathcal{C}'$

b/ En déduire que $\mathcal{C}'$ est une parabole dont on précisera le sommet , le foyer et la directrice

c/ En déduire la nature et les éléments caractéristiques de la courbe $\mathcal{C}$ et la construire.