

**Exercice n°1 :**

Déterminer une primitive F de f sur I :

- 1)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-4x+5}}$     2)  $f(x) = \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$     3)  $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{-x^2+x+1}}$     4)  $f(x) = \frac{1}{\cos^4(x)}$     5)  $f(x) = \frac{3x^2}{(1+x^3)^4}$
- 6)  $f(x) = \frac{\sin(x)}{(2+\cos(x))^2}$     7)  $f(x) = (x+2)(\sqrt{x-1})$     8)  $f(x) = (x+1)\sqrt{x}$     9)  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$
- 10)  $f(x) = x(1+x^2)^{2014}$     11)  $f(x) = \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{3+x}{2x}}$     12)  $f(x) = x^2 \sin(1+x^3)$     13)  $f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{x^2+\frac{2}{3}x+10}}$

**Exercice n°2 :**

On pose  $\varphi(x) = \frac{1}{1+x^2}$  pour  $x \in \mathbb{R}$ . Soit G la primitive de  $\varphi$  sur  $\mathbb{R}$  qui s'annule en 0

- 1) Montrer que G est impaire.
- 2) a) On pose pour tout  $x \in \mathbb{R}^*$ ,  $\psi(x) = G(x) + G(\frac{1}{x})$  Montrer que  $\psi$  est constante sur  $\mathbb{R}^*$   
En déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \psi(x) = 2G(1)$   
b) On pose  $U(t) = G(\tan t)$   $t \in ]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$  ; Calculer  $U'(t)$  et en déduire  $U(t)$
- 3) Déterminer  $G(1)$  et déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \psi(x)$   $\lim_{x \rightarrow +\infty} G(x)$
- 4) Construire la courbe représentative de G dans un R.O.N

**Exercice n°3 :**

Soit  $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  ;  $f(x) = \sqrt{1 + \cos(x)}$

- 1) a) Montrer que f est une bijection de  $[0, \pi]$  sur  $[0, \sqrt{2}]$   
b) Montrer que  $f^{-1}$  est dérivable sur  $]0, \sqrt{2}[$  et expliciter  $(f^{-1})'(x)$
- 2) Soit g définie sur  $] -\sqrt{2}, \sqrt{2}[$  par  $g(x) = \frac{2}{\sqrt{2-x^2}}$ . On note G la primitive de g sur  $] -\sqrt{2}, \sqrt{2}[$  telle que  $G(0)=0$
- a) Calculer la dérivée de  $G(x)+G(-x)$ . En déduire que G est impaire
- b) Montrer que pour tout x de  $[0, \sqrt{2}[$   $G(x)=\pi - f^{-1}(x)$  En déduire  $G(1)$

**Exercice n°4 :**

Soit g la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $g(x)=x\sqrt{x}$ .

- 1) Calculez la dérivée de g sur  $]0, +\infty[$
- 2) soit f la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x)=\sqrt{x}$ .
- Déduisez de la première question une primitive de f sur  $]0, +\infty[$