Mr : Khammour.K Année scolaire : 2013/2014	**Série n°8 : Similitudes**	Niveau : $4^{ème}$ Math Tél : 27509639

Exercice n°1 :

Pou chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Cocher la bonne réponse.

1) L'écriture complexe de la similitude indirecte de centre $\Omega(1+i)$ de rapport 3 et d'axe la droite Δ d'équation $y=-x+2$ est :
   a) $z' = 3i\bar{z}+1+i$ b) $z' = -3i\bar{z}+4+4i$ c) $z' = 3i\bar{z}-2i+2$
2) Soit $f = h_{(A,-2)} o R_{(A,\frac{\pi}{3})}$ où A est un point du plan alors
   a) $f = h_{(A,2)}$ b) $f = S_{(A,-2,\frac{-2\pi}{3})}$ c) $f = S_{(A,-2,\frac{\pi}{3})}$
3) On considère dans le plan orienté deux points distincts A et B ; on note I le milieu du segment [AB]. Soit f = $S_{(A,2,\frac{2\pi}{3})}$ et g =$S_{(A,\frac{1}{2},\frac{\pi}{3})}$; Soit h=S_I .
   a) hogof transforme A en B et c'est une rotation.
   b) hogof est la symétrie axiale ayant pour axe la médiatrice du segment [AB].
   c) hogof est la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

Exercice n°2 :

Soit ABC un triangle rectangle en B de sens direct tel que AB=2 et BC=3.

1) Soit f la similitude directe qui envoie A sur B et B sur C.
   a) Déterminer l'angle et le rapport de f.
   b) Soit H le projeté orthogonal de B sur (AC).Montrer que H est le centre de f.
2) Soit D=f(C).Montrer que D appartient à la droite (BH) puis construire D.
3) Soit g la similitude indirecte qui envoie A sur B et B sur C. On désigne par Ω le centre.
   a) Montrer que $fog^{-1} = S_{(BC)}$.
   b) Soit E=g(C). Déterminer $S_{(BC)}$(E).Construire alors E.
   c) Préciser la nature de gog .Montrer que Ω appartient à (AC) et à (BE).
   d) Construire alors Ω et l'axe Δ de g.

Exercice n°3 :

On considère un triangle rectangle ABC tel que AB=2AC et $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.Soit I le milieu de [AB].

1) Soit S la similitude directe qui transforme A en B et C en A.
   a) Déterminer le rapport et l'angle de S.

b) Soit Ω le centre de S.Montrer que Ω est le projeté orthogonal de A sur (BC).

2) Soient les cercles Γ et Γ' de diamètres respectifs [AC] et [AB].

a) Montrer que $S(\Gamma) = \Gamma'$.

b) La droite (IC) recoupe Γ en E. On pose F=S(E) .Montrer que les points A,E et F sont alignées .Construire F.

3) Soit f la similitude indirecte qui transforme Ω en A et A en B.

a) Vérifier que le rapport de f est différent de 1 et montrer que f((BC))=(AC).

b) Vérifier que fof est une homothétie et en déduire que fof $((\Omega C)) = (BC)$ et f((AC)) = (BC).

c) Déterminer alors le centre de f et construire son axe Δ.

4) On suppose AC=1. On munie le plan complexe du repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AC})$

a) Donner l'écriture complexe de S et déduire que l'affixe de Ω et $z_\Omega = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$

b) Déterminer l'écriture complexe de f

c) Déduire une équation cartésienne de Δ.

Exercice n°4 :

Dans le plan P orienté on considère un carré ABCD tel que l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ a pour mesure $+\frac{\pi}{2}$.

On désigne par I et K les milieux respectifs des segments [AC] et [CD]. Représenter ces points sur une figure (on choisira AB = 4 cm).

On se propose d'étudier la similitude directe S telle que S (A) = I et S (C) = K

1) Recherche géométrique des éléments de S.

a) Donner le rapport et l'angle de S.

b) Démontrer que le centre Ω de S est le point d'intersection autre que I des cercles de diamètre [AD] et [IC]. Placer ces cercles et Ω sur la figure.

2) Recherche du centre de s à l'aide des nombres complexes.

Le plan est rapporté au repère direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

a) Donner les affixes des points A, C, I et K.

b) Donner l'écriture complexe de S.

c) En déduire les coordonnées de Ω.