

Mathématiques



Terminale
Scientifiques

Limites et continuité



Enseignant : Abdessattar El-Faleh

Année Scolaire : 2013-2014

** Lycée Secondaire Ali

Zouacui Hajeb Laayoun **

Terminale Scientifiques

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin(x)}}{\sqrt{\sin(x)} + \sqrt{\cos(x)}} dx$$

01 Calculer les limites suivantes (si elles existent) :

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cos\left(\frac{1}{x}\right) ; \lim_{x \rightarrow 0} x E\left(\frac{1}{x}\right) ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2} \cos(x)\right]}{\sin[\sin(x)]} ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - \sin(x)}{\sin(x)[\cos(2x) - \cos(x)]}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x^2 + x} - x^2}{\sqrt{x^2 + 1}} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} ; \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \sin(4\pi x) \tan(\pi x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - E(x)}{\sqrt{|x|}} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(x^3 + \sqrt{x} - 1)}{x + 1} ; \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 4x^2 + x - 2}{x^2 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[x^2 \left(1 + 2 + 3 + \dots + E\left(\frac{1}{|x|}\right) \right) \right] ; \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[x \left(E\left(\frac{1}{x}\right) + E\left(\frac{2}{x}\right) + E\left(\frac{3}{x}\right) + \dots + E\left(\frac{k}{x}\right) \right) \right] ; k \in \mathbb{N}^*$$

02 Soit $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2 + \cos(x)} - \sqrt{3}}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{12} & \text{si } x = 0 \end{cases}$

1- Etudier la continuité de f en 0

2- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, on a $|f(x)| \leq \frac{2\sqrt{3}}{x^2}$

3- En déduire $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$

03 Soit $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2 - \sqrt{x^2 + 4}} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases} ; a \in \mathbb{R}$

1- Déterminer la(es) valeur(s) de a pour que f soit continue en 0

2- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

04 Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue. Montrer qu'au moins une des trois situations suivantes se produit :

1- $f(x) = x ; x \in \mathbb{R}$

2- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

3- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Indication : Posons $g(x) = f(x) - x ; x \in \mathbb{R}$

05 Soit $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue en 0 et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(x)}{x} = 0$.

Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$

06 Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue telles que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

Montrer que f s'annule.

07 Montrer que les seules fonctions continues de \mathbb{R} dans \mathbb{Z} sont les fonctions constantes.

08 Soit $f(x) = \tan\left[\frac{(x-1)\pi}{2}\right]$; $x \in]0, 2[$

Montrer que f est continue sur $]0, 2[$.

«Le raisonnement mathématique n'est jamais purement contemplatif. Il est actif et constructif et c'est l'activité constructive de l'esprit qui fait apparaître un résultat nouveau »

EDMOND GOBLOT

L. S. Ali Zouaoui Hajeb Laayoun ** Enseignant : Abdessattar El-Faleh

Jeudi 25 juillet 2013