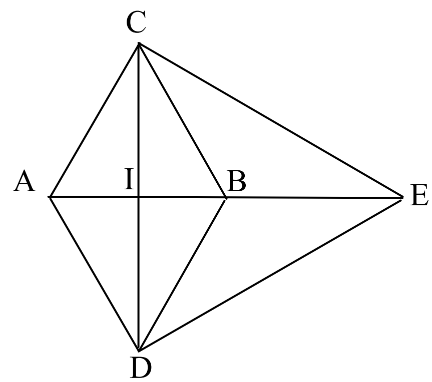
EXERCICE 1

Dans la figure ci-contre,
ABC , ADB et CDE sont trois triangles équilatéraux directs tels que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3} \quad (2\pi)$.



On désigne par I le milieu de [AB] .

1) Montrer que AE = 2AB.

Soit S **la similitude directe de centre** W, **de rapport** k **et d'angle** θ **qui transforme** A **en** B **et** E **en** D.

2) Déterminer k et vérifier que $\theta = \frac{-2\pi}{3} \quad (2\pi)$.

3) On désigne par (T) le cercle circonscrit au triangle ACE.
Démontrer que le transformé de (T) par S est le cercle (T ') de diamètre [BD] et déduire que l'image du point C par S est le point J milieu de [DE].

4) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(A ; \vec{u} , \vec{v})$ tel que $\vec{u} = \overrightarrow{AI}$.

a- Déterminer les affixes des points B , C , D et E.

b- Donner la forme complexe de S et préciser l'affixe de son centre W.

5) Soit S' la similitude directe de centre W, de rapport 2 et d'angle $\frac{-\pi}{3}$.

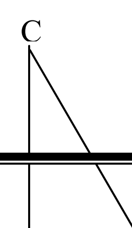
a- Déterminer la nature et les éléments de la transformation S'oS .

b- Calculer l'affixe du point A' transformé de A par S'oS .

EXERCICE 2

Dans un plan orienté on donne un triangle direct ABC rectangle en A et tel que $AB = 2cm$ et $(\overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{3} \ (2\pi)$.

Soit **S** la similitude directe qui transforme A en B et B en C.



1) Déterminer le rapport et l'angle de **S**.

2) a- Construire le point C' transformé de C par **S**.
(donner les étapes de la construction)
b- Calculer l'aire du triangle BCC'.

3) Le point O étant le milieu de [AB] , on considère le repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$ tel que $\vec{u}=\overrightarrow{OB}$.
a- Donner la forme complexe de **S**.
b- Déterminer l'affixe du point W centre de **S** .
c- Soit $\mathbf{S}^{-1}$ la transformation réciproque de **S** . Donner la forme complexe de $\mathbf{S}^{-1}$.

EXERCICE 3

Dans un plan orienté, on donne un triangle équilatéral direct ABC de côté 4 cm.
On désigne par E et I les milieux respectifs de [AB] et [AC].
Soit S la similitude plane directe qui transforme A en E et E en C.

1) a- Déterminer le rapport et un angle de S.
b- Construire l'image par S de chacune des droites (AC) et (EI) et en déduire l'image de I par S.

2) Le plan est supposé rapporté à un repère orthonormé direct $(A;\vec{u},\vec{v})$ où $\vec{u}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.
a- Donner la forme complexe de S.
b- Trouver l'affixe du point W centre de S.
c- Démontrer que W est un point de [AC].
d- On désigne par J l'image de I par $S\circ S$, comparer WC et WJ.

EXERCICE 4

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.
Soit A le point d'affixe 2 et B le point d'affixe 2i .
On désigne par E l'image de A par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et par F l'image de B par la transformation *T* définie par sa forme complexe $z'=(\frac{-1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2})\,z$.

1) a- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de T .
   b- Démontrer que les points A , B , E et F sont sur un même cercle de centre O dont on déterminera le rayon.

2) a - Prouver que $\dfrac{z_E - z_A}{z_F - z_B}$ est un réel .

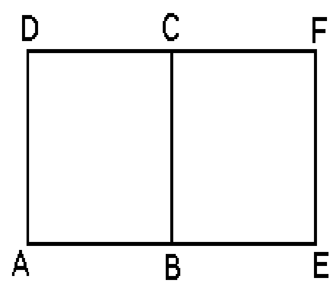
   b- vérifier que $\dfrac{z_F - z_A}{z_E - z_B} = -i$.

   c- Déduire que AEBF est un trapèze isocèle et que $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{AF}) = -\dfrac{\pi}{2}\ (2\pi)$.

3) Soit h l'homothétie qui transforme A en F et E en B et soit r la rotation d'angle $\dfrac{\pi}{2}$ qui transforme B en F.
   a- Déterminer le centre W de h.
   b- Démontrer que $h o r = r o h$.
   c- Soit $S = h o r$.
   Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de S .

EXERCICE 5

Dans un plan orienté, on donne un rectangle direct AEFD tel que : $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD}) = \dfrac{\pi}{2}\ (2\pi)$, $AE = 2\sqrt{2}$ et $AD = 2$.
On désigne par B et C les milieux respectifs de [AE] et [FD].
Soit S la similitude plane directe qui transforme A en C et E en B.



1) a- Déterminer le rapport k et un angle α de S.
   b- Montrer que S (F) = E et déduire S (D).

2) Soit W le centre de S et soit h la transformation définie par h = S o S.
   a- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de h.
   b- Trouver h (D) et h (F) et construire le point W.

3) On désigne par I le milieu de [BE].
   a- Démontrer que W, C et I sont alignés.
   b- Exprimer $\overrightarrow{WC}$ en fonction de $\overrightarrow{WI}$.

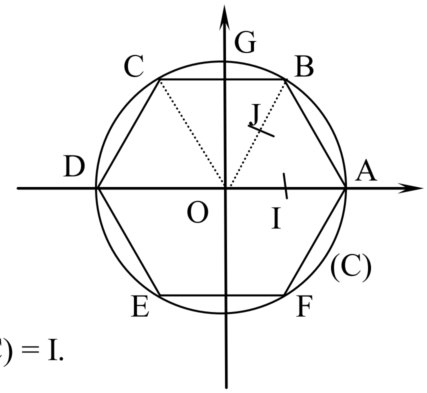
4) Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(A; \vec{u}, \vec{v})$ avec $z_B = \sqrt{2}$ et $z_D = 2i$.
   a- Trouver la forme complexe de S.
   b- Déterminer l'affixe de W.

EXERCICE 6

Dans un plan orienté on donne un hexagone régulier direct ABCDEF de centre O, tel que $(\overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{3} \ (2\pi)$.

(C) est le cercle circonscrit à cet hexagone.

I et J sont les milieux respectifs de [OA] et [OB].



Soit S la similitude qui transforme A en B et B en J.

1) a- Déterminer le rapport et un angle de S.
   b- Démontrer que S(D) = A. Trouver S(O) et vérifier que S(C) = I.
   c -Déterminer l'image de l'hexagone ABCDEF par S

2) Le cercle (C') est l'image de (C) par S. Déterminer le centre et le rapport de chacune des deux homothéties qui transforme (C) en (C').

3) G est le milieu de l'arc BC sur le cercle (C).
   Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O ; \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OG})$.
   a-Trouver l'affixe de chacun des points B, C, E et F.
   b- Écrire la forme complexe de S et déduire l'affixe de son centre W.
   c- H est le point de rencontre de [AJ] et [BI]. Déterminer le point H' image de H par S.