EXERCICE N°1

Déterminer la construction de la base $B=\left(\vec{u},\vec{v},\vec{w}\right)$ *tel que* $\left(O,\vec{u},\vec{v},\vec{w}\right)$*soit un repère orthogonal direct.*

a) $\vec{w}\bullet \quad \xrightarrow{\vec{u}}$ *b)* $\xleftarrow{\vec{v}} \quad \circ\vec{u}$ *c)* $\xleftarrow{\vec{v}}\uparrow \vec{w}$

($\vec{X}\bullet$ *vecteur entrant ,* $\circ\vec{X}$ *vecteur sortant)*

EXERCICE N°2

Soient $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *deux vecteurs unitaires et orthogonaux.*

1°)Déterminer les vecteurs : $\left(\vec{v}\wedge\vec{u}\right)\wedge\vec{u}$ *,* $\left(\vec{v}\wedge\vec{v}\right)\wedge\vec{u}$ *et* $\left(\vec{v}\wedge\left(\vec{u}\wedge\vec{v}\right)\right)\wedge\vec{u}$.

2°)Déterminer l'ensemble des vecteurs $\vec{w}$ *tels que l'on a* $\left(\vec{v}\wedge\vec{w}\right)\wedge\vec{u}=\vec{0}$

EXERCICE N°3

Soient A , B , C trois points de l'espace. Démontrer les égalités : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{CB}$

EXERCICE N°4

Soit ABC un triangle isocèle, rectangle en A.

1°)Prouver sans calcul, que le vecteur $\vec{u}=\left(\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BA}\right)\wedge\overrightarrow{AC}$ *est colinéaire à* $\overrightarrow{AB}$ *et que le vecteur* $\vec{v}=\overrightarrow{BC}\wedge\left(\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{AC}\right)$ *est colinéaire à* $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

2°)Déterminer les vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *.*

3°)Le produit vectoriel est-il une opération associative ?.

EXERCICE N°5

Dans l'espace ξ *, rapporté à un repère orthonormé direct* $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Soient $\vec{u}$ *,* $\vec{v}$ *,* $\vec{w}$ *les vecteurs définis par :* $\vec{u}=\frac{1}{2}\left(\vec{i}-\sqrt{3}\vec{j}\right)$ *,* $\vec{v}=\frac{1}{4}\left(\sqrt{6}\vec{i}+\sqrt{2}\vec{j}-2\sqrt{2}\vec{k}\right)$

et $\vec{w}=\frac{1}{4}\left(\sqrt{6}\vec{i}+\sqrt{2}\vec{j}+2\sqrt{2}\vec{k}\right)$

1°)Démontrer que $\left(\vec{u},\vec{v},\vec{w}\right)$ *est un base orthonormal.*

2°)Cette base est-elle direct ou indirect ?.

EXERCICE N°6

Soit un tétraèdre ABCD et H le pied de la hauteur issue de A, dans le triangle ABC.

1°)Montrer que $\left(\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}\right).\overrightarrow{BA}=\left(\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}\right).\overrightarrow{HA}$

2°)Montrer que $\left|\left(\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}\right).\overrightarrow{BA}\right|=\left\|\left(\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}\right)\right\|.\left\|\overrightarrow{HA}\right\|$

3°)En déduire que le volume du tétraèdre ABCD est égale $\frac{1}{6}\left|\left(\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}\right).\overrightarrow{BA}\right|$

4°)Application : Soit $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ *un repère orthonormé direct.*

Calculer le volume du tétraèdre ABCD avec A(-2,3,4), B(0,-1,1), C(2,0,-4) et D(-3,5,0).

EXERCICE N°7

On considère une droite D de repère $\left(B,\vec{u}\right)$ *et un point* $A\notin D$ *.Soit H le projeté orthogonal de A sur D.*

1°)Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\vec{u}=\overrightarrow{AH}\wedge\vec{u}$

2°)En déduire que $AH=\dfrac{\left\|\overrightarrow{AB}\wedge\vec{u}\right\|}{\left\|\vec{u}\right\|}$

3°) Application : Soit $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ *un repère orthonormé direct.*

Calculer la distance de point A(-2,3,4) à la droite (BC) tel que B(0,-1,1) et C(1,2,1)