Séries d'exercices *3ème technique*

ETUDES DES FONCTIONS

MATHS AU LYCEE *** ALI AKIR

Site Web : ***http://maths-akir.midiblogs.com/***

EXERCICE N°1

Soit la fonction f définie sur R par $f(x) = x^2 - 4|x-1|$

1°)Dresser le tableau de variations de f.

2°) Tracer C_f , courbe représentative de f dans un repère orthonormé $R=(O,\vec{i},\vec{j})$

EXERCICE N°2

On considère la fonction numérique à variable réelle f définie par :

$f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+4$*.On désigne par* (ζf) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan*

1°)Etudier les variations de f ; déterminer l'axe de symétrie ,étudiés les branche infinies .

2°)Trouver l'équation de droite D tangente à (ζf) *au point d'abscisse 3.*

3°)Etudier la position relative de (ζf) *et D.*

4°)Déterminer une équation de (ζf) *dans le repère* $(S,\vec{i},\vec{j})$ *où* $S(2,2)$

5°)Soit M le point de (ζf) *d'abscisse a ; soit P le projeté orthogonal de M sur la droite des ordonnées et Q le projeté orthogonal de M sur la droite des abscisses.*

Déterminer a pour que le quadrilatère OQMP soit un carré.

Montrer que dans ce cas le point M appartient à une droite particulière qu'on précisera.

EXERCICE N°3

Soit la fonction : $f(x)=4x^3-3x+1$ *; On désigne par* (ζf) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $R=(O,\vec{i},\vec{j})$

1°)Etudier f.

2°)Montrer que I(0,1) est un centre de symétrie de (ζf)

3°)Ecrire l'équation de tangente D à la courbe (ζf) *en point I.*

4°)Etudier la position relatif de D et (ζf)

5°)Tracer (ζf)

6°)Soit l'équation (E_m) : $8x^3-6x+m=0$ *. Utiliser la courbe* (ζf) *pour déterminer les valeurs de m pour lesquelles l'équation (E_m) admet dans R , 3 solutions distincts deux à deux.*

7°) Utiliser la courbe (ζf) *pour pour construire la courbe* (ζh) *de la fonction* $h(x) = -4|x|^3 + 3|x| + 1$ *.*

4°)Montrer que toutes les courbes ζ_m *sont tangentes au point d'abscisse 1.*

EXERCICE N°4

Soit la fonction définie par : $f(x) = \frac{3-x}{x+2}$

1°)Etudier la fonction f et construire ζ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $R=(O,\vec{i},\vec{j})$.

2°)Soit D_m *la droite du plan d'équation* $y = 2x + m$ *où m est un paramètre réel.*

a) *Montrer que pour tout* $m \in R$ *,* ζ *et* D_m *se coupent en deux point M et N(sans calculer ses cordonnées)*

b) *Montrer que le produit scalaire* $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}$ *est constante lorsque m varie..*

3°)Soit le point A(1,2). Calculer en fonction de m le produit scalaire $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}$ *.*

En déduire m pour que le triangle MAN soit rectangle en A.

4°) Déterminer une équation de (ζf) *dans le repère* $(S,\vec{i},\vec{j})$ *où* $S(-2,-1)$

EXERCICE N°5

On considère la fonction $f : x \to \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ *et on désigne par* ζ *sa courbe représentative dans un repère orthogonale* $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°)Déterminer l'ensemble de définition de f .

2°)Etudier la dérivabilité de f à droite en 3 et à gauche en 1.

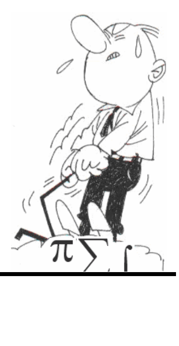
Interpréter graphiquement les résultats.

3°)Soit Δ *la droite d'équation* $x = 2$*. Montrer que* Δ *est axe de symétrie de* ζ *.*

4°)Etudier f .

5°)Calculer $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x+2)$ *et* $\lim_{x\to-\infty}(f(x)+x-2)$*. Interpréter graphiquement les résultats.*

6°)Tracer ζ



7°)En déduire la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto f(|x|)$

8°)Soit la fonction g = - f . On désigne par ζ' *sa courbe représentative dans un repère orthogonale* $(O,\vec{i},\vec{j})$.
Tracer ζ' *dans le même repère .*
9°)Vérifier que $\zeta \cup \zeta'$ *à pour équation* $x^2 - y^2 - 4x + 3 = 0$.
10°)On considère les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ *et* $\vec{v} = -\vec{i} + \vec{j}$ *et* $\Omega(2,0)$

a) *Déterminer une équation de* $\Gamma = \zeta \cup \zeta'$ *dans le repère* $(\Omega,\vec{u},\vec{v})$
b) *Conclure.*

EXERCICE N°6

Partie A

Déterminer les réel a , b , c et d vérifiant :

♥*La représentation graphique* ζf *de f définie par :* $f(x) = \dfrac{x^2 + ax + b}{cx^2 + dx - 2}$ *admet une asymptote d'équation x=2.*

♥ ζf *n'admet pas d'asymptote horizontale.*
♥ ζf *passe A(1 ,0) et en ce point la tangente à pour coefficient directeur -3*

Partie B

On pose $g(x)=\dfrac{x^2 + x - 2}{x - 2}$.
1°)a-Dresser le tableau de variation de g.

b-Déterminer trois réels a' , b' et c' tel que pour tout x de D_g *on a :* $g(x) = a'x + b' + \dfrac{c'}{x - 2}$.

c-En déduire une équation cartésienne de l'asymptote oblique Δ .
d-Tracer ζg *dans un repère orthonormé* $R = (O,\vec{i},\vec{j})$.
2°)a-Montrer que I(2,5)est un centre de symétrie de ζg .
b-Soit $\vec{u}$ *un vecteur directeur de l'asymptote* Δ *et* $\vec{v}$ *un vecteur directeur de l'asymptote parallèle à la droite des ordonnées .Donner une équation cartésienne de* ζg *dans le repère* $R' = (I,\vec{u},\vec{v})$
3°)Déterminer graphiquement , suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de :
$$\begin{cases} x^2 + (1-m)x - 2(1-m) = 0 \\ -2 \le x \le 4 \end{cases}$$

4°)Déduire se ζg *la construction de* ζh *où* $h(x) = \dfrac{x^2 + |x| - 2}{|x| - 2}$.

C)Soit m un réel non nul on considère les fonctions f_m *définies par :* $f_m(x)= \dfrac{x^2 + mx - 2}{mx - 2}$ *On note* (ζm) *la courbe représentative de* f_m *dans le plan rapporté à un repère orthonormé* $R = (O,\vec{i},\vec{j})$.
1°)Montrer que toutes les courbes (ζm) *passent par un seul point fixe A dont on donnera les cordonnées .*

2°)Montrer que la droite $\Delta_m : y = \dfrac{1}{m}x + 1 + \dfrac{2}{m^2}$ *est une asymptote à* (ζm).

3°)Etudier , suivant les valeur de m , les variations de f_m.

4°)a-Montrer que $I_m\left(\dfrac{1}{m}, 1 + \dfrac{2}{m^2}\right)$ *est un centre de symétrie pour* (ζm).

b-Déterminer l'ensemble des points I_m *lorsque m varie sur* R^*.