Généralités sur les fonctions $3^{ème}$ Sc Techniques

Exercice 1

Montrer que les fonctions suivantes sont bornées, majorées ou minorées sur l'intervalle I indiqué :

a) $f(x)=x^2-3x+2 \quad I=[2\,,3]$ b) $f(x)=\sqrt{x^2+2} \quad I=]-\infty\,,4]$

c) $f(x)=\dfrac{2x-1}{3x-2} \quad I=[1\,,3]$ d) $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2+1} \quad I=[0\,,2]$

Exercice 2

Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f dans chacun des cas suivants :

1) $f(x)=\sqrt{x}+\dfrac{x+3}{x-2}$ **2**) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x-2}$ **3**) $f(x)=\dfrac{-3}{|x|-2}$ **4**) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+4}$

5) $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{1-\sqrt{x+2}}$ **6**) $f(x)=\sqrt{1-\dfrac{4}{|x^2|}}$ **7**) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x|-2}}{x+1}$

8) $f(x)=\dfrac{x^2+2x-1}{2x^2-3x+2}$ **9**) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{2x^2+5x-3}$ **17**) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+3x+2}}{\sqrt{-x^2-2x+3}}$

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)-2f(-x)=x^6-2x^2$

1) Montrer que la fonction f est paire.
2) Déterminer $f(x)$.

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=3(2x+5)^2-4$

1) Montrer que $\forall x\in\mathbb{R}$ on a : $f(x)\geq -4$
2) Montrer que $\forall a\in\mathbb{R}$ et $\forall b\in\mathbb{R}$ on a : $f(a)-f(b)=12(a+b+5)(a-b)$
3) En déduire la monotonie de f sur les intervalles $\left]-\infty\,,-\frac{5}{2}\right]$ et $\left[-\frac{5}{2}\,,+\infty\right[$

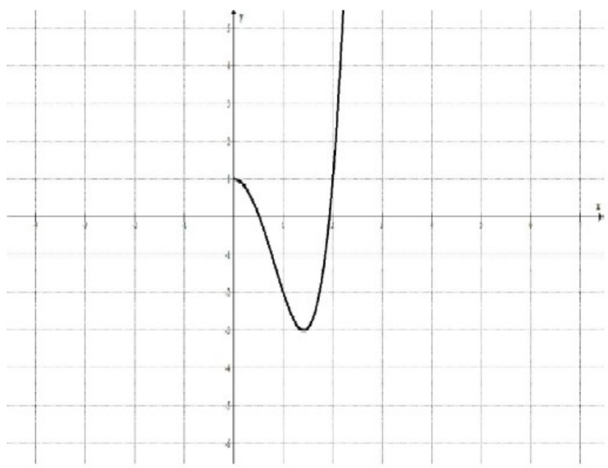
Exercice 5

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = |x| + |x-2| + |4-x|$

1) Montrer que f est une fonction affine par intervalles.
2) Tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

Exercice 6

On a tracé ci-dessous une branche d'une fonction f paire et définie sur $\mathbb{R}$. Achever le tracé.



Exercice 7

Soit la fonction f définie par : $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f
2) a) Montrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty, 1]$

   b) Montrer que f est strictement croissante sur $[1, +\infty[$

Exercice 8

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f
2) Montrer que f est décroissante sur chacun des intervalles $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$

Exercice 9

Soit la fonction f définie par : $f(x) = x^3 - 3x$

1) Montrer que f est impaire

2) a) Soient a et b deux réels distincts, montrer que :

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = b^2 + ab + a^2 - 3$$

b) En déduire que f est croissante sur chacun des intervalles $]-\infty\,, 1]$ et $[1\,, +\infty[$ et qu'elle est décroissante sur l'intervalle $[-1\,, 1]$

Exercice 10

Etudier la parité des fonctions suivantes : $f(x) = 3x^4 + x^2$ $\quad f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

$f(x) = -2x^2 + 3|x| - 1 \qquad f(x) = \dfrac{x^3 - x}{x^2 + |x|} \qquad f(x) = 3x^2 - 2x$