EXERCICE N°1

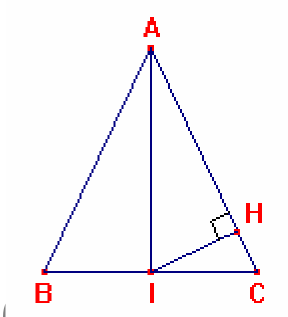
ABCD est un carré de côté a et m est un réel de l'intervalle] 0 ; 1 [.

Les points A', B', C' et D' sont tels que $\overrightarrow{DA'} = m\ \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AB'} = m\ \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC'} = m\ \overrightarrow{BC}$ *et* $\overrightarrow{CD'} = m\ \overrightarrow{CD}$.

Démontrer que le quadrilatère A'B'C'D' est un carré.

EXERCICE N°2

Soit ABC un triangle isocèle en A. On note I le milieu de [BC] et H le projeté orthogonal de I sur la droite (AC).



1°) Démontrer que : $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AI}.\overrightarrow{CH}$

2°) Calculer : $\overrightarrow{AH}.\left(\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}\right)$

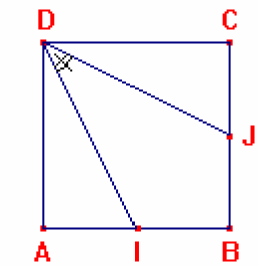
En déduire que $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{HC}$

3°) A l'aide des résultats précédents, démontrer que $\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AH}\right).\overrightarrow{BH} = 0$

En déduire que si on note J le milieu de [IH], alors (AJ) est orthogonale à (BH).

EXERCICE N°3

Soit un carré ABCD de côté a, on note I le milieu de [AB] et J le milieu de [BC].



1°) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{DI}$ *et* $\overrightarrow{DJ}$ *en fonction des vecteurs* $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AD}$.

En déduire la valeur de $\overrightarrow{DI}.\overrightarrow{DJ}$ *en fonction de a.*

2°) Calculer les longueurs DI et DJ en fonction de a.

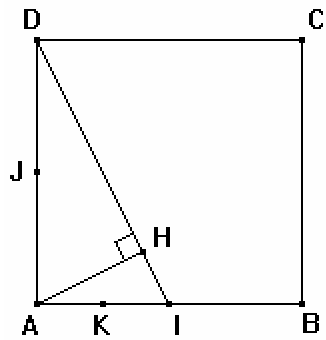
3°) Déduire des résultats précédents la valeur exacte de cos(IDJ)

EXERCICE N°4

Soit ABCD un carré de côté a. On note I, J et K les milieux des segments [AB], [AD] et [AI], puis H le projeté orthogonal de A sur la droite (DI).

On se propose de démontrer, de deux façons différentes, que (JH) et (HK) sont perpendiculaires.

1°) ***1ère méthode****.*



a) Montrer que : $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HI} = 2\,\overrightarrow{HK}$ *et que* $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HD} = 2\,\overrightarrow{HJ}$.

b) En déduire que $4\,\overrightarrow{HK}.\overrightarrow{HJ} = HA^2 + \overrightarrow{HI}.\overrightarrow{HD}$.

c) Démontrer que $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AD} = AH^2 + \overrightarrow{HI}.\overrightarrow{HD}$

d) En déduire que (JH) et (HK) sont perpendiculaires.

2°) ***2ème méthode.***

On considère le repère $(A\ ;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$.

a) Déterminer une équation de la droite (DI) et de la droite (AH).

b) En déduire les coordonnées du point H.

c) Vérifier que (JH) et (HK) sont perpendiculaires.

EXERCICE N°5

Dans un plan P on considère un rectangle ABCD tel que AB=2BC=2.

Soit J le point du segment [CD] tel que CJ=$\frac{1}{2}$*. (BJ) coupe (AC) en I et coupe (AD) en K*

Partie I.

1°)a)Faire une figure illustrant les données ci-dessus b)Vérifier que $AC=\sqrt{5}$.

2°)Calculer : $\vec{CA}.\vec{CB}$ et $\vec{CA}.\vec{CJ}$

3°)En déduire que $(BJ)\perp(AC)$.

4°a)Calculer la distance BJ .

b)Démontrer que $BI=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

c)Calculer alors le produit scalaire : $\vec{BC}.\vec{BJ}$

5°)Démontrer que : $\vec{AK}.\vec{BC}=4$.

Partie II.

On considère les ensembles suivants :$E=\left\{M, M\in P et MA^2+MB^2=6\right\}$ et $F=\left\{M, M\in P et 3.MA^2+MK^2=16\right\}$

1°)a)Vérifier que $C\in E$.

b)Déterminer alors l'ensemble E et le construire.

2°)a)Vérifier que $A\in F$.

b)Déterminer alors l'ensemble F et le construire.

EXERCICE N°6

Soit un triangle ABC.

1°)Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $\vec{AB}.\vec{AM}=\vec{AC}.\vec{AM}$

2°) Déterminer l'ensemble (F) des points M du plan tels que : $\vec{AB}.\vec{AM}=-\vec{AC}.\vec{AM}$