Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I

Opération sur les fonctions dérivées

Soit f et g deux fonctions dérivable sur un intervalle I, α et β deux réels.

*)Les fonction $f+g$, fg , $\alpha f+\beta g$ sont dérivables sur I et on a : $(f+g)'=f'+g'$, $fg'=f'g+g'f$ et $(\alpha f+\beta g)'=\alpha f'+\beta g'$.

*)Pour tout entier $n\geq 2$, la fonction f^n est dérivable sur I et on a : $(f^n)'=nf'f^{n-1}$

*) Si g ne s'annule pas sur I, alors $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$ et $\frac{1}{g^n}$,$n\in N^*$ sont dérivables sur I et on

a $\left(\frac{1}{g}\right)'=-\frac{g'}{g^2}$,$\left(\frac{f}{g}\right)'=\frac{f'g-g'f}{g^2}$ et $\left(\frac{1}{g^n}\right)'=-\frac{kg'}{g^{n+1}}$

Sens de variation

*)La fonction f est croissante sur I, si et seulement si, pour tout $x\in I$, $f'(x)\geq 0$
*)La fonction f est décroissante sur I, si et seulement si, pour tout $x\in I$, $f'(x)\leq 0$
*)La fonction f est constante sur I, si et seulement si, pour tout $x\in I$, $f'(x)=0$

Extremum local - Extremum absolu

Soit $x_0\in I$

*)On dit que f admet maximum local en x_0 s'il existe un intervalle ouvert $J\subset I$ tel que pour tout $x\in J$; $f(x)\leq f(x_0)$.

*)On dit que f admet minimum local en x_0 s'il existe un intervalle ouvert $J\subset I$ tel que pour tout $x\in J$; $f(x)\geq f(x_0)$

*)On dit que f admet maximum absolu en x_0 si et seulement si pour tout $x\in I$; $f(x)\leq f(x_0)$

*)On dit que f admet minimum absolu en x_0 si et seulement si pour tout $x\in I$; $f(x)\geq f(x_0)$

*)Si f admet un extremum local en x_0 alors $f'(x_0)=0$

*)Si f' s'annule en x_0 en changeant de signe alors f admet un extremum local en x_0.

Les nombres dérivés de fonctions usuelles

f	$f'(x)$
$f:x\mapsto\beta$	$f'(x)=0,\quad x\in R$
$f:x\mapsto\alpha x+\beta$	$f'(x)=x,\quad x\in R$
$f:x\mapsto(x-\alpha)^2+\beta$	$f'(x)=2(x-\alpha)\quad x\in R$
$f:x\mapsto\frac{1}{\alpha x+\beta}$	$f'(x)=-\frac{\alpha}{(\alpha x+\beta)^2},\quad x\neq-\frac{\beta}{\alpha}$
$f:x\mapsto\sqrt{x+\alpha}$	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+\alpha}},\quad x>-\alpha$
$f:x\mapsto\frac{\alpha x+\beta}{\lambda x+\gamma}$	$f'(x)=\frac{\alpha\gamma-\lambda\beta}{(\lambda x+\gamma)^2},\quad x\neq-\frac{\gamma}{\lambda}$

Opérations sur les fonctions dérivables *Soit f et g deux fonctions dérivables en x :*

$(f+g)'(x)=f'(x)+g'(x)$
$(fg)'(x)=f'(x)g(x)+g'(x)f(x)$
$(\alpha f+\beta g)'(x)=\alpha f'(x)+\beta g'(x)$
$(f^k)'(x)=kf'(x)f^{k-1}(x),k\in N^*$
$\left(\frac{1}{f}\right)'(x)=-\frac{f'(x)}{(f(x))^2},\quad f(x)\neq 0$
$\left(\frac{g}{f}\right)'(x)=\frac{g'(x)f(x)-g(x)f'(x)}{(f(a))^2},\quad f(x)\neq 0$
$(\sqrt{f})'(x)=\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}},\quad f(x)>0$