EXERCICE N°1

Soit la fonction f définie sur R par $f(x) = x^2 - 4|x-1|$

1°)Ecrire f sans valeur absolue.
2°)Dresser le tableau de variations de f.
3°) Tracer C_f *, courbe représentative de f dans un repère orthonormé* $R=(O,\vec{i},\vec{j})$

EXERCICE N°2

On considère la fonction numérique à variable réelle f définie par :

$f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+4$*.On désigne par* (ζf) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan*

1°)Etudier les variations de f ; déterminer l'axe de symétrie ,étudiés les branche infinies .
2°)Trouver l'équation de droite D tangente à (ζf) *au point d'abscisse 3.*
3°)Etudier la position relative de (ζf) *et D.*
4°)Déterminer une équation de (ζf) *dans le repère* $(S,\vec{i},\vec{j})$ *où* $S(2,2)$
5°)Soit M le point de (ζf) *d'abscisse a ; soit P le projeté orthogonal de M sur la droite des ordonnées et Q le projeté orthogonal de M sur la droite des abscisses.*
Déterminer a pour que le quadrilatère OQMP soit un carré.
Montrer que dans ce cas le point M appartient à une droite particulière qu'on précisera.

EXERCICE N°3

Soit la fonction : $f(x)=4x^3-3x+1$ *; On désigne par* (ζf) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $R=(O,\vec{i},\vec{j})$

1°)Etudier f.
2°)Montrer que I(0,1) est un centre de symétrie de (ζf)
3°)Ecrire l'équation de tangente D à la courbe (ζf) *en point I.*
4°)Etudier la position relatif de D et (ζf)
5°)Tracer (ζf)
6°) Utiliser la courbe (ζf) *pour pour construire la courbe* (ζh) *de la fonction* $h(x) = -4|x|^3 + 3|x| + 1$ *.*

EXERCICE N°4

On considère la fonction $f : x \rightarrow \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ *et on désigne par* ζ *sa courbe représentative dans un repère orthogonale* $(O,\vec{i},\vec{j})$*.*

1°)Déterminer l'ensemble de définition de f .
2°)Etudier la dérivabilité de f à droite en 3 et à gauche en 1.
Interpréter graphiquement les résultats.
3°)Soit Δ *la droite d'équation x = 2. Montrer que* Δ *est axe de symétrie de* ζ *.*
4°)Etudier f .
5°)Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x+2)$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x-2)$*. Interpréter graphiquement les résultats.*
6°)Tracer ζ
7°)En déduire la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto f(|x|)$
8°)Soit la fonction $g = -f$ *. On désigne par* ζ' *sa courbe représentative dans un repère orthogonale* $(O,\vec{i},\vec{j})$*.*
Tracer ζ' *dans le même repère .*

EXERCICE N°5

Partie A :

Soit g la fonction définie sur $[0,+\infty[$ *par :* $g(x)= x^2(x+2)$
1°)Etudier les variations de g sur $[0,+\infty[$
2°)Démontrer que l'équation g(x) = 4 admet, sur $[0,+\infty[$*, une unique solution a dont on donnera une valeur approchée à* 10^{-2} *.*
3°)En déduire la résolution de l'inéquation : $g(x) > 4$ *sur* $[0,+\infty[$*.*

Partie B:

Soit f la fonction définie sur R^* *par :* $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+2}}{x}+x$ *et* (ζ_f) *sa courbe représentative dans un repère orthonormal.*

1°)Etudier la parité de f .

2°)Déterminer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ *, et en déduire* $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ *et* $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ *.*

Interpréter graphiquement les résultats .

3°)Démontrer que la droite (D) d'équation : y = x + 1 est asymptote à la courbe (ζ_f) *en* $+\infty$ *, en déduire l'équation d'une droite asymptote à* (ζ_f) *en* $-\infty$ *.*

4°)a)Démontrer que f est dérivable sur R^* *et que* $f'(x)=\dfrac{\sqrt{g(x^2)}-2}{x^2\sqrt{x^2+2}}$

b)Déduire de la partie A que f '(x) > 0 sur $\left]\sqrt{a},+\infty\right[$

c)Dresser le tableau de variations de f sur R^*

5°)Déterminer une équation de la tangente (T) à (ζ_f) *au point d'abscisse* $\sqrt{2}$

6°)Tracer la courbe (ζ_f)*.*

EXERCICE N°6

Partie A

Soit g la fonction définie sur R par : g(x) = x^4-4x-3

1°) Etudier les variations de g.

2°) a) Démontrer que l'équation g(x) = 0 admet deux solutions α *et* β *sur R telles que :* $\alpha < 0 < \beta$*.*

b) Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} *de* α *et de* β*.*

c) Déterminer le signe de g(x) en fonction de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur R \ {1} par : $f(x)=\dfrac{x^4+1}{x^3-1}$

1°) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2°) a) Déterminer les réels a, b, c, d et e tels que pour tout x≠1 : $f(x)=ax+b+\dfrac{cx^2+dx+e}{x^3-1}$

b) En déduire que la courbe C_f *représentative de f admet une asymptote oblique que l'on indiquera.*

c) Préciser la position de C_f *par rapport à la droite d'équation y = x.*

3°) a) Démontrer que $f'(x)=\dfrac{x^2g(x)}{(x^3-1)^2}$

b) En déduire les variations de f.

4°) En utilisant les encadrements de la partie A, déterminer un encadrement de f(α) et de f(β).

5°) Déterminer une équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse -1.

6°) Dresser le tableau de variation complet de f et tracer C_f *dans un repère orthonormal (unité graphique : 2 cm)*