Séries d'exercices ***3ème info***
ARITHMETIQUES

MATHS AU LYCEE * ALI AKIR**
Site Web : *http://maths-akir.midiblogs.com/*

EXERCICE N°1

En utilisant le principe de récurrence, montrer que :

1°)Pour tout $n \in N^*$: $1+2+\ldots+n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

2°)Pour tout $n \in N^*$: $1^2+2^2+\ldots+n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3°)Pour tout $n \in N^*$: $1^3+2^3+\ldots+n^3 = \left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2$

4°) Pour tout $n \in N$: *9 divise* $10^n - 1$

EXERCICE N°2

1°)Cocher le réponse exacte.

Soit n et p deux entiers naturels non nul.

a)Le reste de la division euclidienne de n^2 *par 3 sont :*

b)Le reste de la division euclidienne de n^2+p^2 *par 3 sont :*

$\boxed{A}$: 0 $\boxed{B}$: 1 $\boxed{C}$: 2 $\boxed{D}$: 0 ou 1 $\boxed{E}$: 0 ou 2 $\boxed{F}$: 1 ou 2 $\boxed{G}$: 0 ou 1 ou 2

2°)Soient x , y et z trois entiers naturels tels que : $x^2+y^2=z^2$

Montrer que l'un au moins de ces trois entiers est multiple de 3 .

EXERCICE N°3

Résoudre dans N^2 *les systèmes suivants :*

$S_1 : \begin{cases} x+2y=132 \\ x \wedge y = 11 \end{cases}$, $S_2 : \begin{cases} xy = 1694 \\ x \vee y = 154 \end{cases}$ $S_3 : \{x+y=xy$

EXERCICE N°4

On effectue la division euclidienne d'un nombre à trois chiffres par la somme des ses chiffres. Le quotient obtenu est 10. Quel est le dividende ?

EXERCICE N°5

Soit P un polynôme à coefficients entiers de degré 3

Prouver que pour tout couple (p,q) d'entiers, on a : $|p-q|$ *divise* $|P(p)-P(q)|$

EXERCICE N°6

1°)Montrer que , tous les nombres premiers supérieure ou égale à 5 , sont de la forme 6k + 1 ou 6k + 5, ou k est un entier quelconque. Etudier la réciproque .

2°)Soit p , q deux nombres premiers. On dit que p et q sont jumeaux si q = p + 2.

Donner quelques exemples des nombres jumeaux.

Dans la suite : on prend p et q deux nombres jumeaux

3°)Montrer que : pq + 1 est un carré parfait.

4°)Montrer que : pq + 1 est divisible par 15.

EXERCICE N°7

Soit a et b deux entiers naturels.

1°)Montrer que 3 divise $(a+b)^3 - (a^3+b^3)$

2°)En déduire que : 3 divise $(a+b)$ *si et seulement si : 3 divise* (a^3+b^3)

3°)Trouver tous les entiers x tels que : $\begin{cases} 9 \le x \le 22 \\ 3 \text{ divise } (x^3+8) \end{cases}$