L.S.Kesra	*Devoir de contrôle n°1*	*Prof : B.Allala*
3ème Info	*Mathématiques*	*2015/2016 // durée 2h*

N.B : ***l'examen comporte 2 pages numéroté de 1 à 2***

<u>Exercice n°1 :</u> *(5 pts)*

I- Choisir la réponse exacte : <u>**(2pts)**</u>

1) Pour tout $x \in IR$ on a : $cos^4(x) - sin^4(x)$ est égal à :
   a) $cos^2(x) - sin^2(x)$ b) $(cos^2(x) - sin^2(x))^2$ c) $(cos(x) - sin(x))^4$
2) $\cos\left(\frac{25\pi}{3}\right)$ est égal à :
   a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{-1}{2}$ c) $\frac{1}{2}$
3) La suite définie sur IN^* par $U_n = \frac{1}{n}$ est
   a) Arithmétique b) géométrique c) ni arithmétique ni géométrique
4) Soit la suite arithmétique (U_n) définie sur IN tel que $U_5 = 5$ et $U_{10} = 15$ alors la raison de cette suite est :
   a) $r = 10$ b) $r = 2$ c) $r = 5$

II- Répondre par « vraie » ou « faux ». <u>En justifiant la réponse</u> : <u>**(3pts)**</u>

Soit (U_n) une suite définie sur IN par $U_{n+1} = \sqrt{2} + U_n$ et $U_0 = 1$:

a) (U_n) est une suite géométrique de raison $\sqrt{2}$
b) $U_n = 1 + n\sqrt{2}$ pour tout $n \in IN$.
c) $U_0 + U_1 + \ldots + U_5 = 3(2 + 5\sqrt{2})$.
d) $\lim_{n\to+\infty} U_n = 0$.

<u>Exercice n°2 :</u>*(6 pts)*

Soit (U_n) la suite définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = -2 \\ U_n = \frac{2}{3}U_n - 1 \end{cases}$

1) a) Calculer U_1 et U_2 .
   b) Justifier alors que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
2) Soit la suite (V_n) définie sur IN par $V_n = U_n + 3$.
   a) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{3}$ et de premier terme $V_0 = 1$.
   b) Calculer V_n en fonction de n puis déduire que $U_n = (\frac{2}{3})^n - 3$.
   c) Calculer $\lim_{n\to+\infty} V_n$ et $\lim_{n\to+\infty} U_n$.
3) On pose : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots U_n$ et $S'_n = V_0 + V_1 + V_2 + \ldots V_n$
   a) Exprimer S'_n en fonction de n puis déduire que $S_n = -3n - 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$
   b) Calculer $\lim_{n\to+\infty} S'_n$ et $\lim_{n\to+\infty} S_n$.

Exercice n°3 :*(3 pts)*

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x+3}{x+5}$

1/ Déterminer le domaine de définition de f.

2/ Montrer que pour tout $x \in D_f$ on a : $f(x) = 2 - \frac{7}{x+5}$

3/ Etudier les variations de f sur $]-\infty, -5[$ et sur $]-5, +\infty[$.

Exercice n°4 :*(6 pts)*

1 / Soit $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ un repère orthonormé direct du plan et (ζ) un cercle trigonométrique de centre O et les réels $X = \frac{-49\pi}{6}$ et $Y = \frac{55\pi}{3}$ des mesures respectives des deux arcs orientés $\overset{\frown}{IA}$ et $\overset{\frown}{IB}$.

a) Déterminer la mesure principale de chacun de ces deux arcs.
b) Placer les points A et B sur le cercle (ζ).
c) Déterminer la mesure principale de l'arc $\overset{\frown}{BA}$.

2 / Calculer les expressions suivantes :

a) $\cos(7\pi - x) + \sin(9\pi + x) + \cos(10\pi + x) + \sin(13\pi - x)$
b) $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{9\pi}{2} + x\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x + \frac{9\pi}{2}\right)$

Bon travail