

EXERCICE N : 1 (4 points)

Pour chaque proposition , indiquer si elle est **vraie** ou **fausse** en **justifiant la réponse** .

A) La probabilité de choisir le réel 2 de l'intervalle $[1 ; 3]$ est de 50% .

B) La durée de vie X (en mois) d'une batterie suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.231$.

1) La densité de probabilité de X est une solution sur $[0 ; +\infty [$ de l'équation $E : 1000 y' - 231 y = 0$.

2) La batterie survivra au moins 3 mois avec une probabilité de 50% .

3) La batterie a survécu 4 mois , donc elle tiendra au moins 6 mois avec une probabilité de 63% .

EXERCICE N : 2 (5.5 points)

A) On considère l'équation différentielle $(E) : y' - y = 2 x e^x$.

1) Résoudre l'équation différentielle $(E_0) : y' - y = 0$.

2) Soit $h (x) = x^2 e^x$. Vérifier que h est une solution de l'équation (E) .

3) a) Montrer que y est une solution de (E) si et seulement si $(y - h)$ est une solution de (E_0) .

b) Dédurre alors la solution g de (E) telle que $g (0) = 1$.

B) On pose : $f (x) = (x^2 + 1) e^x$. $(C f)$ sa courbe dans le repère orthonormé $R (O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Dresser le tableau de variation de f .

2) Soit α un réel **strictement négatif** .

On désigne par $\mathbf{A} (\alpha)$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $(C f)$ et les droites d'équations

$$y = 0 , x = \alpha \text{ et } x = 0 .$$

a) A l'aide d'une intégration par parties , calculer en fonction de α l'intégral : $J (\alpha) = \int_0^{\alpha} x e^x dx$.

b) Sans utiliser une intégration par partie , calculer $\mathbf{A} (\alpha)$ en fonction de α .

c) Déterminer $\lim_{\alpha \rightarrow -\infty} \mathbf{A} (\alpha)$.

EXERCICE N : 3 (5 points)

Le plan est rapporté au repère orthonormé $R (O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit (\mathcal{H}) la conique d'équation : $16x^2 - 9y^2 - 32x - 128 = 0$.

On désigne par F le foyer de (\mathcal{H}) d'abscisse positif et par (\mathcal{D}) la directrice de (\mathcal{H}) associée à F .

1) a) Montre que (\mathcal{H}) est une hyperbole dont on précisera le centre O' .

b) Déterminer les coordonnées des sommets S et S' et des foyers F et F' , les équations des asymptotes Δ et Δ' et les directrices (\mathcal{D}) et (\mathcal{D}') et l'excentricité de (\mathcal{H}) .

2) La tangente (T) à (\mathcal{H}) au point $A (7, 4\sqrt{3})$ coupe la directrice (\mathcal{D}) en un point K .

a) Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T)

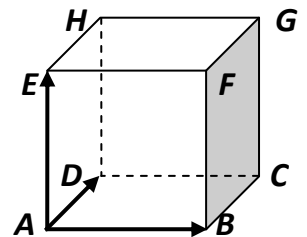
b) Montrer que le triangle AFK est rectangle en F .

EXERCICE N : 4 (5.5 points)

L'espace est orienté dans le sens direct. $ABCDEFGH$ est un cube d'arête 1 et J est le milieu de $[AB]$.

Le plan P passant par J et parallèle au plan (ACF) coupe la droite (BC) en K .

Soit h l'homothétie de centre B et qui transforme A en J .



1) Déterminer le rapport de h .

2) Montrer que $h (C) = K$.

3) On muni l'espace d'un repère orthonormé direct $(A, \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$.

a) Calculer $\vec{AC} \wedge \vec{AF}$ puis déduire qu'une équation cartésienne du plan (ACF) est : $x - y - z = 0$.

b) Calculer le volume du tétraèdre image de $ACFH$ par l'homothétie h .

c) Déterminer la translation, du vecteur \vec{u} colinéaire à \vec{BD} , qui transforme (ACF) en P .

4) Soit (S) la sphère de centre B et passant par D . Montrer que le plan (ACF) coupe (S) suivant un cercle (\mathcal{C}) dont on précisera le centre ω et le rayon r .