Lycée Thèlepte	**DEVOIR DE CONTRÔLE N°3**
Niveau ----------- 4 ème Maths	Mathématiques
Prof -------- hafsi Salem	3 heures Le 01–04–2012

Exercice1 :(3pts) :

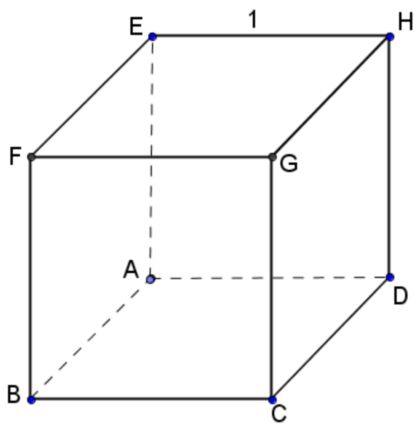
L'évolution des émissions de dioxyde de carbone (CO_2 en millions de tonnes par an) pour les véhicules essences et diesel au cours des huit dernières années est donnée par le tableau ci-dessous.

Année X_i	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Rang de l'année X_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Quantité Y_i de CO_2	61	62	63	64	64	65	64	66

1) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de la série (X , Y). Interpréter le résultat.
2) Déterminer par la méthode des moindres carrés l'équation de la droite de régression de Y en X.
3) Calculer une estimation de la quantité de CO_2 émis en 2012 (Arrondir à l'unité).

Exercice2 :(5pts) :

On considère un cube ABCDEFGH d'arête 1. L'espace est rapporté au repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



1) a) Déterminer les coordonnées des points F, Cet H.

   b) Donner une représentation paramétrique de la droite(BH).

2) a) Calculer $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AF}$.

   b) Déduire qu'une équation cartésienne du plan (ACF) est $-x + y + z = 0$.

   c) Déterminer les points W de (BH) tel que le volume du tétraèdre ACFH est égale à $\frac{11}{6}$.

3) On désigne par P le centre de gravité du triangle HFF et par Q le centre de gravité du triangle FBG. Soit K le milieu du segment [FG] et h l'homothétie de centre K et de rapport $\frac{1}{3}$.

   a) Donner l'expression analytique de h.

   b) Montrer que h(H) = P et h(B) = Q.

   c) Soit R l'image du plan (ACF). Montrer que (PQ) $\perp$ R.

Exercice3 :(6 pts) :

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x - \frac{\ln x}{x^2}$.On note C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (unité graphique 2 cm).

1) Soit u la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $u(x) = x^3 - 1 + 2\ln x$.
   a) Etudier les variations de u sur $]0,+\infty[$.
   b) Calculer $u(1)$ et en déduire le signe de $u(x)$ sur $]0,+\infty[$.

2) a) Déterminer les limites de f à droite en 0 et en $+\infty$.

   b) Montrer que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{u(x)}{x^3}$. En déduire le tableau de variation de f.

3) a) Montrer que la droite $\Delta : y = x$ est une asymptote à C et déterminer la position de C par rapport à Δ.

   b) Tracer C et Δ.

4) Soit α un réel tel que $\alpha > 1$ .On désigne par $\mathcal{A}(\alpha)$ l'aire, en u.a, de la partie du plan Délimitée par C, Δ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \alpha$.

   a) A l'aide d'une intégration par partie, montrer que $\mathcal{A}(\alpha) = 1 - \dfrac{\ln\alpha}{\alpha} - \dfrac{1}{\alpha}$.

   b) Déduire $\lim\limits_{\alpha \mapsto +\infty} \mathcal{A}(\alpha)$.

Exercice4 :(5pts) :

Soit n un entier naturel non nul et f_n la fonction définie sur [0,1] par $f_n(x) = \sqrt{x^n}\, e^{-\frac{x}{2}}$.
On désigne par Γ_n la courbe représentative de f_n dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, et S_n le solide de révolution obtenue par rotation de Γ_n autour de l'axe $(O, \vec{\imath})$.Pour tout entier $n \geq 1$ on désigne par V_n le volume du solide S_n. On a représenter ci-dessous les courbes Γ_1, Γ_2, Γ_3, Γ_4, Γ_5 et Γ_6.

1) Que peut-on conjecturer quant à la monotonie et la convergence de la suite (V_n)?
2) a) Calculer V_1.
   b) montrer que la suite (V_n) est croissante et qu'elle est convergente.
   c) Montrer que pour tout entier naturel n,$\dfrac{\pi}{e(n+1)} \leq V_n \leq \dfrac{\pi}{n+1}$. En déduire la limite de V_n.
3) a) Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, $V_{n+1} = -\dfrac{\pi}{e} + (n+1)V_n$.

   b) Déterminer le volume entre S_2 et S_1.

   b) Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, $V_n = \pi n!\left(1 - \dfrac{1}{e}\sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{1}{k!}\right)$

   Déterminer alors $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{1}{k!}$