LYCEE SECONDAIRE IBN SINA MENZEL BOURGUIBA ******* Proposé par : M^r HAOUATI CHOKRI	DEVOIR DE CONTROLE N°3 4^{éme} MATH
	MATHEMATIQUES
	(3 pages) Durée : 4 heures 15 / 04 / 2011

Exercice N°1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois reponses proposées est exactes

Le condidat indiquera sur la copie le numero de la question et la lettre correspondant a la reponse choisit .Aucune justification n'est demandée

1) La limite de f(x)= $xe^{\frac{-1}{x}}$ a gauche en 0 est :
   a) 0 b) $+\infty$ c) $-\infty$
2) Le quotient de -24 par 5 est :
   a) -5 b) -4 c) 5
3) Soit n un entier tel que $n \equiv 19[20]$ alors le reste modulo 20 de $n^{100}+n^{181}$ est
   a) 19 b) 2 c) 0
4) La droite de regression y en X d'une serie statistique double (X,Y) est données par y=-5x+20.75
   *Le coefecient de corellaation lineaires r est egal a : a) 1.01 b) 0.99 c) -0.91

   *Si $\overline{X}=2$ alors $\overline{Y}$ est egal a : a) 1 b) 10.75 c) 30.75

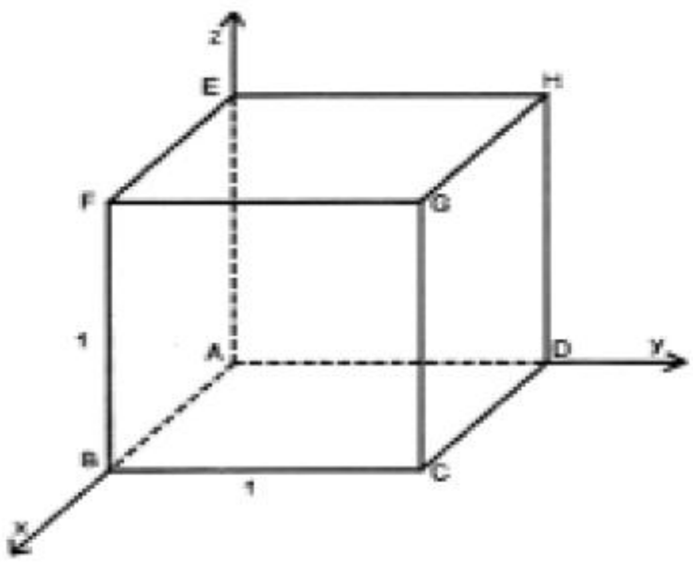
Exercice N°2(5 points)

Soit f la fonction définie sur IR* par f(x)= $\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$

1) Verifier que f admet un prolongement par continuité a gauche en 0
2) Etudier la limite de f a droite en 0 et en $+\infty$ *et* $-\infty$. Interpreter graphiquement les resultats obtenus
3) a) Montrer que $\forall x \in IR^*$ *on a* : $f'(x)=-\frac{1}{x^4}e^{\frac{1}{x}}(2x+1)$
   b) dresser le tableau de variation de f
   c) Montrer que f(x)=2 admet dans]0,+ $+\infty$[une solution unique α et que $1<\alpha<2$
4) Tracer C_f
5) Pour tout entier naturel n ≥ 2 , on considere l'integrale $I_n=\int_1^2 \frac{1}{x^n}e^{\frac{1}{x}}dx$
   a) Calculer I_2
   b) Montrer a l'aide d'une integration par partie , que $\forall n \geq 2$, $I_{n+1}=e-\frac{\sqrt{e}}{2^{n-1}}+(1-n)I_n$
   c) Calculer I_3
   d) Montrer que $\forall x \in [1,2]$ *on a* : $0 \leq \frac{1}{x^n}e^{\frac{1}{x}} \leq \frac{e}{x^n}$
   e) En déduire un encadrement de I_n , puis etudier la limite eventuelle de la suite (I_n)

Exercice N°3(4points)

Soit ABCDEFGH un cube d'aréte 1 .On munie l'espace du repere orthonormé direct ($A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}$)



1) Determiner les coordonnes des points F ,C et H
2) Donner une representation parametrique de la droite (BH)
3) a) Calculer $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AF}$
   b) En déduire qu'une équation cartesienne du plan (ACF) est –x+y+z=0
   c) Determiner les points W de la droite (BH) tel que le volume ACFW est egale a $\frac{11}{6}$
4) On désigne par P le centre de geravité du triangle HGF et Q le centre dce gravité du triangle FBG

   Soit K le milieu de [FG] et h l'homothetie de centre K et de rapport $\frac{1}{3}$

   a) Montrer que h(H)=P et h(B)=Q
   b) Donner l'éxpression analytique de h
   c) Montrer que l'image du plan (ACF) par h est le plan R d'équation cartesienne : -x+y+z-$\frac{1}{3}$ = 0
   d) Vérifier que (BH) est perpendiculaire a (ACF) en un point N que l'on determinera les coordonnées
   e) En déduire que (R) est perpendiculaire a (PQ) en un point N' que l'on determinera les coordonnées
   f) Donner une equation de la sphere S de centre B et tangente au plan (ACF)

<u>Exercice N°4 (4points)</u>

On designe par A l'ensemble des entiers naturels inferieurs ou egales a 2010

1) a) En utilisant le fait que 2011 est un nombre premier ,montrer que l'équation (E) : 67x+2011y=1admet des solutions dans Z^2
   b) vérifier que le couple (-30,1) est une solution particuliere de (E)
   c) Montrer que les solutions de (E) sont les couples (2011k-30,-67k+1) , $\forall k \in Z$
   d) Déduire la valeur de l'entier naturel x inferieur ou egal a 2010 verifiant $67x \equiv 1[2011]$ (l'entier trouvé s'appelle l'inverse de 67 modulo 2011)

2) a) Soit a un entier , montrer que $a^2 \equiv 1[2011]$ *si et seulement si* $a \equiv 1[2011]$ *ou* $a \equiv -1[2011]$

(on pourra utiliser que si un entier p premier divise ab alors p divise a ou p divise b)

b) en déduire que 1 et 2010sont les seuls entiers de A qui sont égaux a leurs inverses

3) Montrer alors que (2010) ! $\equiv 2010[2011]$

Exercice N°5 (4 points)

Dans l'annexe ci-dessous est representée dans un repere orthonormé (O,i,j) , les courbes C_f et C_g des fonctions f et g définie ,derivable sur]-1,1[.T la tangente a C_f au point d'abscisse o

Les droites d'équations x=-1 et x=1 sont des asymptotes a C_f et a Cg

1) a) Determiner f(0) et f '(0)
   b) Determiner g'(0)
   c) Dresser le tableau de variation de g
2) Sachant que l'une des deux fonction est la fonction primitive de l'autre,determiner laquelle en justifiant votre choix
3) Justifier que f admet une fonction réciproque h définie sur IR
4) On suppose que h(x)= $\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$ $\forall x \in IR$

   a) Verifier que $\dfrac{1}{1+e^x}=\dfrac{e^{-x}}{e^{-x}+1}$ $\forall x \in IR$

   b) Calculer alors $\int_0^1 h(x)dx$
5) Soit A l'aire de la partie du plan limité par les courbes (C_f) et (C_h) et les droites d'équation x=1 et y=1

   a) Montrer que A= 1-2 $\int_0^1 h(x)dx$

   b) En déduire A