

Exercice N°1(5Pts) :

La courbe ci-contre est celle d'une fonction f définie sur \mathbb{R} et qui admet une asymptote $\Delta: y = x + 1$ au voisinage de $+\infty$.

1) Par lecture graphique déterminer :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)]$

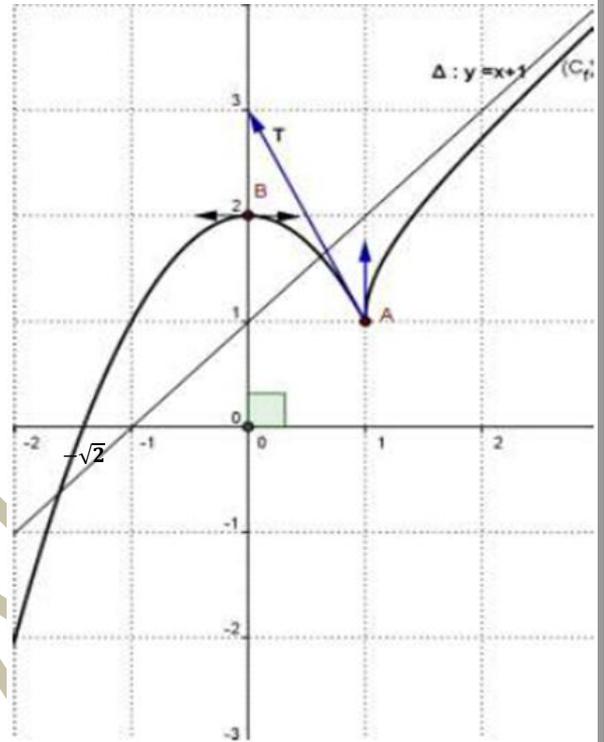
b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$

c) La fonction f est elle dérivable au point d'abscisse 1 ? Justifier votre réponse.

d) $f(0)$; $f(-\sqrt{2})$ et $f'(0)$

2) Dresser le tableau de variation de f .

3) Sachant que la fonction f est la dérivée d'une fonction F , déterminer les variations de F .

**Exercice n°2 :(6 Pts)**

Soit la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = 2x^2 - x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \frac{3x+1}{x+1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

est (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) a) Donner le domaine de définition de f .

b) Montrer que f est continue en 1.

2) a) Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en 1. Que peut-on déduire.

b) Ecrire les équations des demis-tangentes à (C_f) au point d'abscisse 1.

3) a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Interpréter le résultat graphiquement.

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter le résultat graphiquement.

4) a) Montrer que $f'(x) = \begin{cases} 4x - 1 & \text{si } x < 1 \\ \frac{2}{(x+1)^2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

b) Dresser le tableau de variation de f .

5) Tracer les demis-tangentes ; l'asymptote au voisinage de $+\infty$ et (C_f) dans un même repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Exercice n°3 :(4 Pts)

1) On considère le système $(S) : \begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 3x + y = -3 \end{cases}$

Résoudre le système (S) par la méthode des déterminants.

2) Soit le système suivant : $(S') : \begin{cases} 2x + 3y - z = 14 \\ x - 2y + 2z = -6 \\ 3x + y + 2z = 7 \end{cases}$

a) Déterminer la matrice et la matrice complète du système (S') .

b) Résoudre le système (S') par la méthode du Pivot de Gauss.

Exercice n°4 :(5 Pts)

Les questions 1) ; 2) et 3) sont indépendantes.

1) Déterminer tous les entiers naturels x et y tels que : $5x = 3(y + 10)$.

2) Déterminer les entiers naturels a et b vérifiant le système suivant :

$$\begin{cases} a + b = 120 \\ a \wedge b = 15 \end{cases}$$

3) a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $2^{3n} - 1$ est divisible par 7.

b) En déduire que $2^{3n+4} - 16$ est divisible par 7.

c) Déterminer le reste de la division euclidienne de 2^{2016} par 7.

Bon travail