L. Ibn Charaf Ennadhour	Devoir de synthèse n°1	Décembre : 2012 -
P : Horri Nizar	de mathématiques : Durée 2 h	Classe : 3sc . inf .

Exercice n° 1 (3 pts)

Pour chaque question ; trois affirmations sont proposées ; une et une seule est exacte l'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie .Aucune justification n'est demandée.

1) *la fonction* $f : x \to \frac{1}{|x| - 1}$ *est définie sur :*

a) IR^* b) $IR \setminus \{1\}$ c) $IR \setminus \{-1, 1\}$

2) *la suite définie sur* IN^* *par* $U_n = \frac{1}{n}$ *est*

a) arithmétique b) géométrique c) ni arithmétique ni géométrique

3) $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x} - x)$ *est égale à :*

a) 0 b) $-\infty$ c) $+\infty$

4) *pour tout* $x \in IR$ *on a :* $\cos^4(x) - \sin^4(x)$ *est égal à*

a) $\cos^2(x) - \sin^2(x)$ b) $(\cos^2(x) - \sin^2(x))^2$ c) $(\cos(x) - \sin(x))^4$

Exercice n° 2 (6 pts)

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = 2\cos^2(x) - \sin(x) + 1$.

1) Calculer $f(\frac{\pi}{6})$ et $f(\frac{13\pi}{3})$.

2) a) Montrer que $f(x) = -2\sin^2(x) - \sin(x) + 3$.

b) Résoudre dans IR l'équation : $-2x^2 - x + 3 = 0$.

c) En déduire l'ensemble des solutions dans IR de l'équation : $f(x) = 0$.

3) On considère la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

a) Montrer que $f(x) = -2(\sin(x) - 1)(\sin(x) + \frac{3}{2})$.

b) En déduire que g est définie pour tout réel x . ...

voir suite au verso

Exercice n° 3 (5 pts)

On donne le tableau de variations d'une fonction f définie sur $D = [-3 \,;\, +\infty[$ *et on désigne par (**C**) sa courbe représentative dans un repère du plan .*

X	-3	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$	-1 ↘	-2 ↗	0 ↗	2 ↘	1

1) *Comparer $f(-3)$ et $f(-2)$; Justifier la réponse .*

2) *Résoudre l'équation $f(x) = 0$.*

3) *Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de $x \in D$.*

4) *Déterminer les extremums de f et préciser leurs natures .*

5) *Préciser la nature de l'asymptote à la courbe (**C**) et donner son équation .*

Exercice n° 4 (6 pts)

1) *Soient f la fonction définie par* $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ *pour tout* $x \neq 2$.

a) *Calculer :* $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b) *Montrer que pour tout $x \neq 2$ on a : $f(x) = x - 3$.*

c) *En déduire* $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$.

2) *On considère la fonction g définie par :*

$$g : x \to \begin{cases} g(x) = f(x) & si\ x < 2 \\ g(x) = 1 - x & si\ x \geq 2 \end{cases}$$

a) *Déterminer l'ensemble de définition D de g .*

b) *Calculer g (2) .*

c) *Montrer que g est continue en 2 .*

d) *Montrer que g est continue sur IR .*

Bon travail