Lycée Ibn Alhaythem	Devoir de synthèse N° 01	Professeur: Nobbigh D
Benguerdane		Décembre 2010
Durée : 2 heures	Epreuve : Mathématiques	3ème S Info

Premier exercice : (3 points)

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.

L'élève indique sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse correcte.

1) Si $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ alors x est égal :

a) $\frac{\pi}{12}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{3}$

2) L'ensemble des solutions de l'équation $\sin(x - \frac{\pi}{6}) = 0$, dans IR est :

a) $\left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ b) $\left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ c) $\left\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

3) si f est une fonction paire et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, alors

a) C_f est symétrique par rapport à O
b) C_f est symetrique par rapport à $(O, \vec{i})$
c) C_f est symetrique par rapport à $(O, \vec{j})$

4) Si f est une fonction paire et continue à droite en 2 alors elle est continue

a) à gauche en -2 b) à droite en -2 c) en -2

Deuxième exercice : (6 points)

Soit U la suite définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = aU_n + 3 \end{cases}$; avec $a \in]0; 1]$

1) **On prend $a = 1$.**
   a) Montrer que la suite U est une suite arithmétique, puis exprimer U_n en fonction de n.
   b) Déterminer n sachant que $U_n = 35$.
   c) Calculer la somme $S = U_0 + U_1 + \cdots + U_{10} + U_{11}$
2) **On suppose dans la suite que $a \in]0; 1[$** .

   Soit V la suite définie sur IN, par : $V_n = U_n + \frac{3}{a-1}$

   a) Calculer V_0 en fonction de a et vérifier que $V_0 \neq 0$,pour tout $a \in]0; 1[$
   b) Montrer que la suite V est géométrique de raison $q = a$.
   c) Exprimer V_n en fonction de n et a.
   d) En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$

Troisième exercice : (5 points)

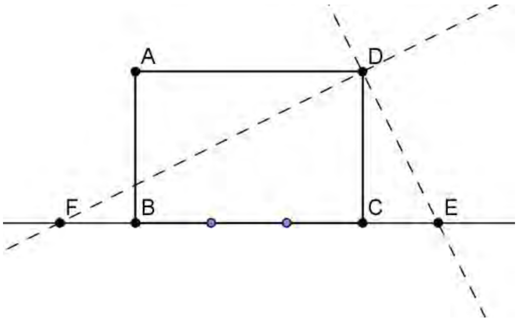
soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 5} + ax - 1 & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{-x^2+x+6}{x+2} & \text{si } x \in]-2; 0] \\ x^2 - x + 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$; avec a est un réel

1) Vérifier que f est bien définie sur IR.
2) Etudier la continuité de f en 0
3) Déterminer a pour que f soit continue en -2
4) Pour $a = -\frac{3}{2}$, déterminer l'ensemble de continuité de f.

Quatrième exercice : (6 points)

Dans la figure ci-contre, ABCD est un rectangle tel que $AB = 2$ et $AD = 3$

E est le point de $[BC)$ et F est le point de $[CB)$ tels que $CE = BF = 1$.



1) a) Calculer $\overrightarrow{DE}.\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{ED}.\overrightarrow{CF}$

   b) Montrer alors que $\overrightarrow{DE}.\overrightarrow{DF} = 0$ et que $(DE) \perp (DF)$

2) Soit $\xi = \{M \in P\,;\ MB^2 + 3ME^2 = 16\}$.

   a) Vérifier que $\overrightarrow{CB} + 3\overrightarrow{CE} = \vec{0}$

   b) Montrer que, pour tout point M du plan, on a :

   $MB^2 + 3ME^2 = 4MC^2 + 12$

   c) En déduire que l'ensemble ξ est le cercle dont on donnera le centre et le rayon