Lycée H.P. Manouba 3ème Inf 2 Année scolaire : 2010-2011	Epreuve de : Mathématiques — Proposé par : Mr BEN ALI **DEVOIR DE SYNTHESE N°1** Date : 09 décembre 2010 — Durée : 2 heures

Exercice n°1 : (5 points)

Dans le plan orienté de sens direct , on considère un rectangle ABCD tel que BC = 4 ,AB = 2 BC et $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ .On désigne par J le point du segment $[CD]$ tel que $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$.

1)a)Calculer AC puis $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. b)En déduire que $\cos(BAC)=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

2)a) Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CJ}.\overrightarrow{CA}$.

b) En déduire que les droites (AC) et (BJ) sont perpendiculaires .

3) Soit G le barycentre des point pondérés $(A,2)$ et $(B,3)$. (Indication : $2\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}=\vec{0}$).

a) Construire le point G .

b) Pour tout points M du plan, on pose : $\vec{U}=2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}$. Exprimer $\vec{U}$ à l'aide de $\overrightarrow{MG}$

c) Déterminer et construire l'ensemble $\Delta=\left\{M\in P/\ \vec{U}.\overrightarrow{AB}=0\right\}$

Exercice n°2 : (7 points)

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\sqrt{x^2+1}+x & \text{si } x\in]-\infty,0[\\ f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x+1} & \text{si } x\in[0,+\infty[\end{cases}$

On note ζ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé **R**$=\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f .

2) a) Montrer que pour tout $x\in[0,+\infty[$ on a $f(x)=x-4+\frac{5}{x+1}$

b) Montrer que la droite $\Delta: y=x-4$ est une asymptote à la courbe ζ de f en $(+\infty)$.

c) Etudier la position de ζ par rapport à Δ sur $\mathbb{R}$

3) a) Montrer que pour tout $x\in]-\infty,0[$ on a $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$.

b) En déduire que f admet une asymptote D d'équation $y=0$ en $(-\infty)$

4) a) Etudier la continuité de la fonction f en 0 .

b) En déduire que f est continue sur $\mathbb{R}$

Exercice n°3 : (4 points)

1) Déterminer la mesure principale des arcs suivants $mes(AB) = \frac{507\pi}{4}$ et $mes(CD) = \frac{-479\pi}{6}$.

2) On pose $f(x) = 1 + \cos(2x) + \sqrt{3}\sin(2x)$.

a) Calculer $f\left(\frac{507\pi}{4}\right)$ et $f\left(\frac{-479\pi}{6}\right)$

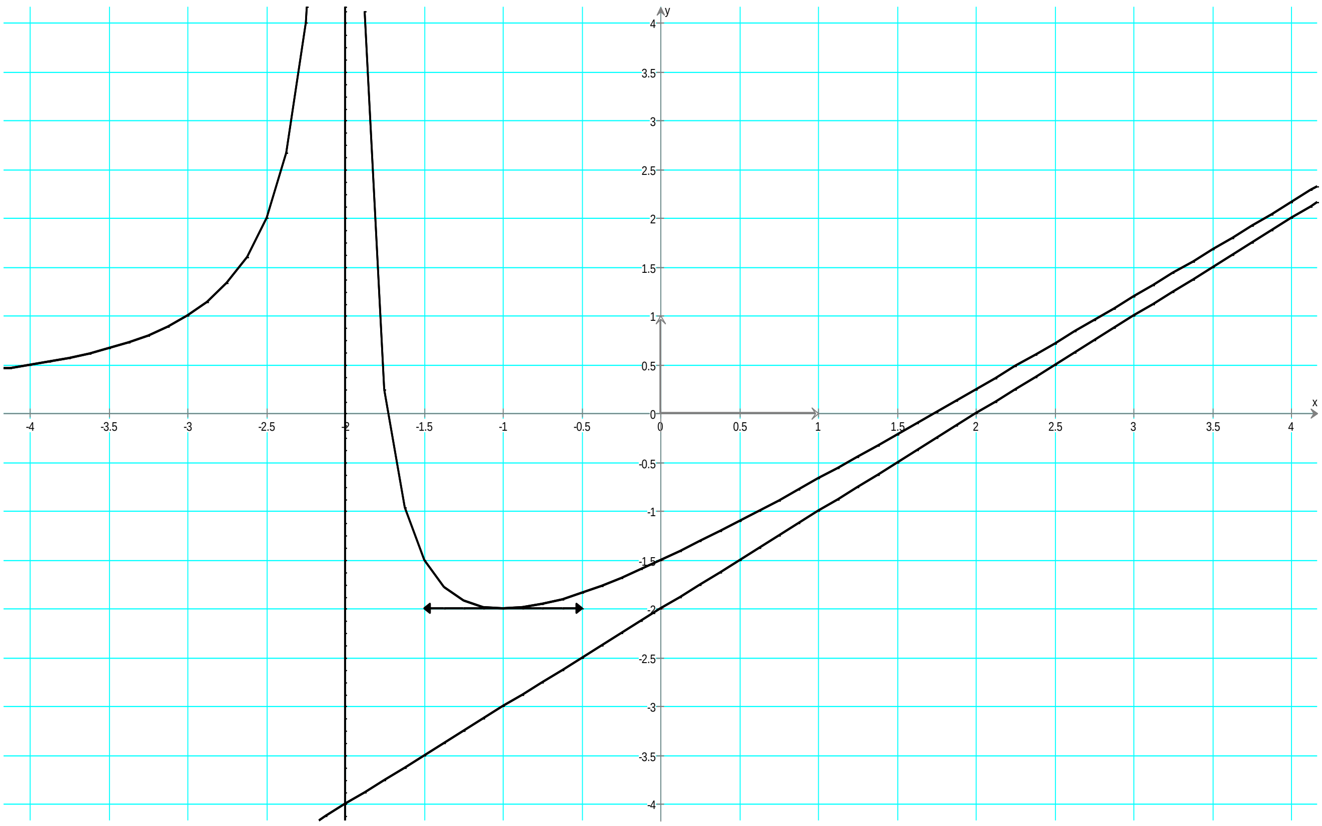
b) Montrer que $f(x) = 4\cos x \sin(x + \frac{\pi}{6})$.

c) En déduire la valeur de $\cos\frac{\pi}{12}$.

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[0, 2\pi]$ l'équation $f(x) = 0$.

Exercice n°4 : (6 points)

A/ Dans un repère orthonormé $o, \vec{i}, \vec{j}$ on donne la courbe ζ d'une fonction f



1) Déterminer le domaine de définition D_f de f .

2)Déterminer : $\lim_{x \to +\infty} f(x) =$ ………………………………… ; $\lim_{x \to -\infty} f(x) =$ ………………………

$\lim_{x \to -2^-} f(x) =$ ………………………………; $\lim_{x \to -2^+} f(x) =$ ………………………

3) Déterminer les équations des asymptotes: $y =$.................... ; $y =$......................et $x =$............................

4) Déterminer $\lim_{x \to +\infty} f(x) - x + 2 =$ ……………………………