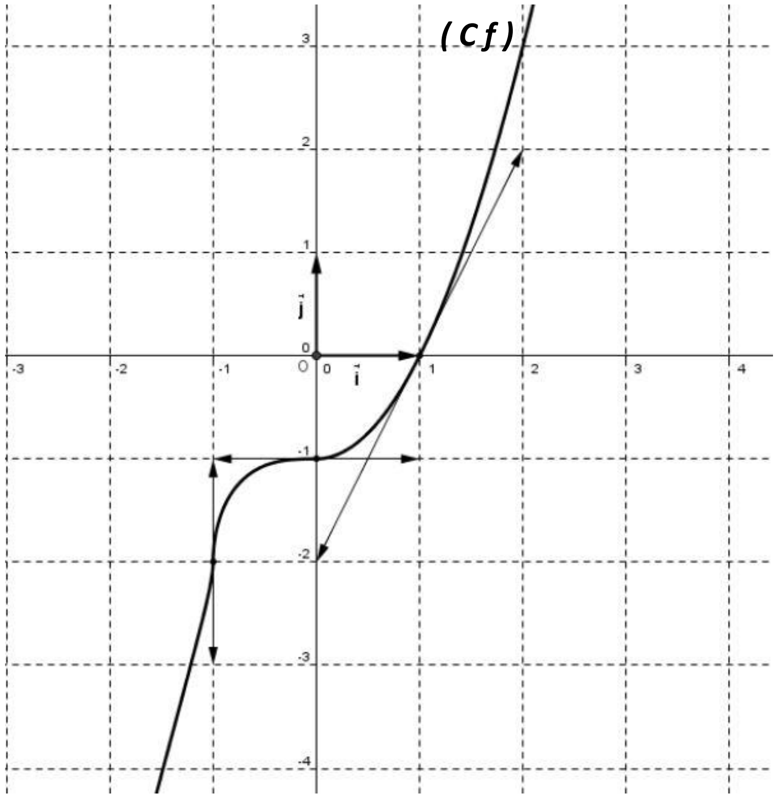
Lycée Houmet Souk 1	Devoir de Synthèse N : 1	3 Technique 5
Prof : Loukil Mohamed	Durée : 2 Heures	12 - 12 - 2014

EXERCICE N : 1 (6 points)



La figure ci-contre contient la représentation graphique **(C f)** d'une fonction f dans le repère orthonormé $(O , \vec{i} , \vec{j})$.

A) Par lecture graphique , déterminer :

1) Le domaine de définition D_f de f .

2) Le signe de $f(x)$ sur D_f .

3) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$;

4) $f(0)$; $f'(0)$; $f'(1)$

$\lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}$ et $\lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{f(x)+2}{x+1}$.

5) Donner une équation cartésienne de la tangente à **(C f)** au point **A** d'abscisse 1 .

6) En utilisant l'approximation affine estimer $f(1{,}01)$.

B) Soit la fonction g définie par : $g(x) = \dfrac{1}{f(x)+2}$.

1) a) Déterminer le domaine de définition D_g de g .

b) Justifier que g est continue sur D_g .

2) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$; $\lim\limits_{x \to -1^-} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to -1^+} g(x)$.

EXERCICE N : 2 (3 points)

Soit $f : [0 , \pi] \to IR$; $x \mapsto f(x) = \dfrac{1-2\sin(x)}{1-\cos(x)}$.

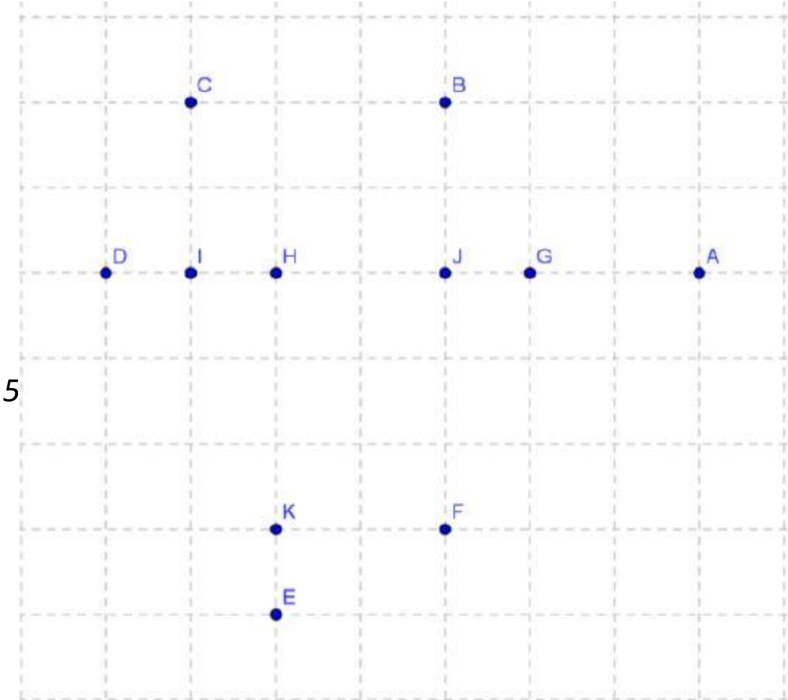
1) a) Résoudre dans IR l'équation : $1 - \cos(x) = 0$.

b) Déduire le domaine de définition D_f de f .

2) a) Résoudre dans $[0 , \pi]$ les inéquations : $0 \leq 1 - \cos x$ et $0 \leq 1 - 2\sin x$.

b) Déduire alors l'ensemble des solutions de l'inéquation : $f(x) \geq 0$.

EXERCICE N : 3 (6 points)   (Les parties I) et II) sont indépendantes)



I) Utiliser le quadrillage pour calculer :

1) $\overrightarrow{HA}.\overrightarrow{HB}$; $\overrightarrow{HC}.\overrightarrow{HA}$; $\overrightarrow{KG}.\overrightarrow{AF}$

$\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{KF}$ et $\overrightarrow{IF}.\overrightarrow{KG}$

2) Déduire la valeur de $\cos(\widehat{AHC})$.

II) Soit A et B deux points du plan tels que AB = 5

1) Construire un point C tel que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB} = 10$

et AC = 4 .

2) Placer les points D et E tels que :

$\overrightarrow{AD} = -\frac{7}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

3) a) Calculer : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AE}$.

b) En déduire le produit scalaire $\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{BE}$.

c) Que représente la droite (DC) pour le triangle BED ?

EXERCICE N : 4 (5 points)

Soit la fonction f définie sur IR par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2 - x + m}{x^3 - 1} & \text{si } x < -1 \\ f(x) = \sqrt{x+2} & \text{si } -1 \le x \le 2 \\ f(x) = x^2 - x & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

m paramètre réel.

On désigne par **(C f)** sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A) 1) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) Déterminer la valeur de m pour que f soit continue en - 1 .

3) a) Etudier la dérivabilité de f à gauche de 2 .

b) En utilisant l'approximation affine estimer f (1,97) .

4) a) Etudier la dérivabilité de f à droite de 2 .

b) f est elle dérivable en 2 ? justifier la réponse .

c) Donner une équation cartésienne de la demi-tangente à **(C f)** à droite du point **B** d'abscisse 2