

**EXERCICE N°1**

(6 points)

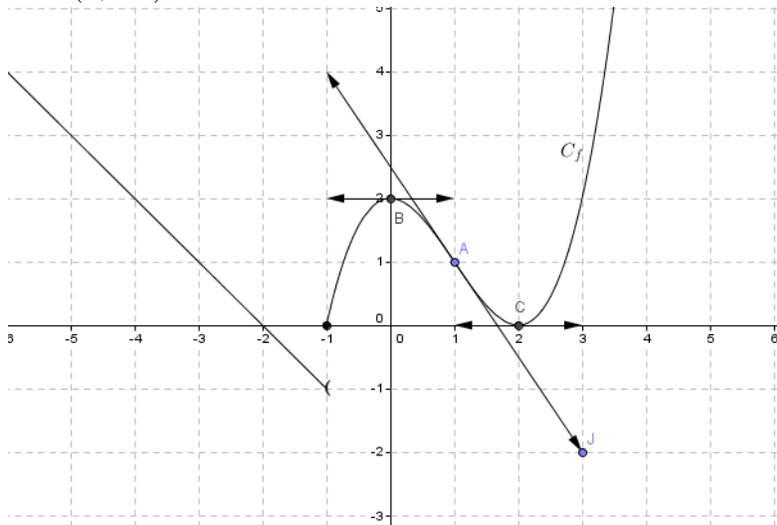
Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  dont la représentation graphique, dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  est la courbe  $C_f$  ci-dessous. On donne :

\*La courbe  $C_f$  admet en chacun des points  $B(0, 2)$  et  $C(2, 0)$  est une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

\*La tangente à la courbe  $C_f$  en  $A(1, 1)$  passe par le points  $J(3, -2)$

- 1)  $f(3) =$ 
  - a) 3
  - b) 2
  - c) -2
- 2)  $f'(0) =$ 
  - a) 0
  - b) -1
  - c) 2
- 3)  $f'(1) =$ 
  - a) 0
  - b) 1
  - c)  $-\frac{3}{2}$
- 4) a)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ 
  - a) -1
  - b) 0
  - c) n'existe pas
- 5)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{f(x)}$ 
  - a) -1
  - b) 0
  - c)  $+\infty$
- 6)  $f(x) = 0$  possède :
  - a) 1 solution
  - b) 2 solutions
  - c) 3 solutions



**EXERCICE N°2**

(6 points)

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + x - 3}{x} & \text{si } x \in ]-\infty, 1[ \\ \frac{x-1}{\sqrt{x+3}+3} & \text{si } x \in [1, +\infty[ \end{cases}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
2. Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 2x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
3. (a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ .  
(b)  $f$  est-elle continue en 1 ?
4. Déterminer le domaine de continuité de  $f$
5. (a) Montrer que  $f$  est dérivable en 0 et donner  $f'(0)$   
(b) Donner l'équation de la tangente à la courbe de  $f$  en  $A(0, 3)$   
(c) i. Donner l'approximation affine de  $f(x)$  pour  $x$  voisin de 0  
ii. Déduire la valeur  $f(0.01) \approx ?$

**EXERCICE N°3**

(3 points)

1. Montrer que :

(a)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi + x) + \sin x = 0$

(b)  $\cos\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{3\pi}{8} + \cos\frac{7\pi}{8} + \sin^2\frac{\pi}{8} = 1$

2. Calculer  $\sin\frac{\pi}{12} \cos\frac{\pi}{12}$ **EXERCICE N°4**

(5 points)

On considère la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 1. Calculer  $f(0)$  et  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 2. Montrer que  $f\left(\frac{11\pi}{12}\right) = \frac{3}{2}$ 3. (a) Montrer que pour tout réel  $x$  on a :  $f(x) = 2\sqrt{3}\cos^2 x - \sqrt{3}$ 

(b) En déduire que  $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

(c) En déduire la valeur exacte de  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ 

(d) Résoudre dans  $\mathbb{R}$   $f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

**BON COURAGE**