Lycée secondaire:18 / 01 / 52 Jebeniana 08 - 12 - 2014	**DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1** **(Mathématiques)**	**Niveau : 3ème tech** **Durée : 2 heures**

Exercice n°1 : (3 points)

Trouver la seule réponse exacte.

1) le plan est orienté ; Si $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) \equiv \dfrac{2015\,\pi}{2014}\ [2\pi]$ alors la mesure principale de $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ est

a) $\dfrac{\pi}{2014}$ b) $-\dfrac{2013\,\pi}{2014}$ c) $\dfrac{2013\,\pi}{2014}$

2) $\sin(\frac{\pi}{12})\cos(\frac{\pi}{12}) =$

a) $\dfrac{1}{2}$ b) $\dfrac{1}{4}$ c) 0

3) Soit $\alpha \in [0\,;\pi]$ tel que $\cos\alpha = \dfrac{4}{5}$ alors

a) $\sin\alpha = \dfrac{1}{5}$ b) $\sin\alpha = \dfrac{2}{5}$ c) $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$

Exercice n°2 : (5 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + 5x + 6}$.

1) Déterminer le domaine de définition et le domaine de continuité de f.

2) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

3) a - Vérifier que $x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x^2 - 1)(x + 2)$.

b - Calculer $\lim\limits_{x \to (-2)} f(x)$

c - Calculer $\lim\limits_{x \to (-3)^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to (-3)^-} f(x)$.

Exercice n°3 : (5 points)

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-3\}$ par :
$$\begin{cases} g(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x + 3} & \text{si } x \in\ ]-\infty\,,-2[\ \{-3\} \\ g(x) = mx - 3 & \text{si } x \in [-2\,,1] \\ g(x) = \sqrt{x^2 + 3x} - x & \text{si } x \in\ ]1\,,+\infty[\end{cases}$$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2) Déterminer le réel m pour que g soit continue en 1.

3) On prend m = 4

a - Etudier la continuité de g en (–2).

b - Déterminer les intervalles sur lesquels g est continue .

Exercice n°4 : **(7 points)**

Soient $x \in \mathbb{R}$ et $f(x) = \cos(2x) + \sqrt{3}\sin(2x) + 2$.

1) a) Calculer $f(\frac{\pi}{4})$ et $f(\frac{\pi}{12})$.

2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x + \frac{\pi}{2}) = 4 - f(x)$ et en déduire $f(\frac{7\pi}{12})$.

3) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 4\cos^2(x - \frac{\pi}{6})$.

4) Soit $g(x) = -\sqrt{3}\cos(2x) + \sin(2x)$.

   a - Calculer $g(\frac{\pi}{4})$.

   b - Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = 4\cos(x - \frac{\pi}{6})\sin(x - \frac{\pi}{6})$.

5) Soit $x \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) \neq 0$ et soit $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$.

   a - Simplifier h(x)

   b - Calculer $h(\frac{\pi}{4})$ et en déduire que $\tan(\frac{\pi}{12}) = 2 - \sqrt{3}$