LYCÉE REMADA TATAOUINE	Professeur : M^{R} HAMDI
ANNÉE SCOLAIRE : 2017 – 2018	CLASSE : 3$^{\text{ème}}$ Technique
DATE : MERCREDI 24 janvier 2018	DURÉE : 120 MINUTES

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1

MATHÉMATIQUES

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte, cocher la bonne case.

Questions	Réponses
1. L'ensemble des solutions réelles de l'équation : $\cos^2(x) = 0$ est égal à	❒ $\pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ ❒ $\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ ❒ $\dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$
2. Soit la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{x}$ Le nombre dérivé de f en $\dfrac{1}{8}$ vaut	❒ 2 ❒ $2\sqrt{2}$ ❒ $\sqrt{2}$
3. Pour tout réel x appartenant à $[\pi, 2\pi]$, $\left(\sqrt{1-\cos x} + \sqrt{1+\cos x}\right)^2$ est égal à	❒ $2(1-\sin x)$ ❒ $2(1+\sin x)$ ❒ $2(1-\cos x)$
4. Le réel $\dfrac{5\pi}{6}$ est une solution de l'inéquation	❒ $2\sin(x) < 1$ ❒ $3\cos(2x) - 2 > 0$ ❒ $\tan^2(x) > \cos(x)$

Exercice 2 (6 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^\star$ par : $f(x) = \begin{cases} 4 + \dfrac{1}{x} & \text{si } x \leqslant 1 \\ -x^3 + x^2 + 5 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

$\mathscr{C}_f$ désigne la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. Etudier la limite de la fonction f en 0.

3. a/ Montrer que f est continue en 1.

   b/ Déterminer le domaine de continuité de f.

4. a/ Tracer l'allure de la courbe $\mathscr{C}_f$.

   b/ Etudier la dérivabilité de f en 1 puis interpréter géométriquement ce résultat.

Exercice 3 (4 points)

On se donne la fonction f définie par :

$$f(x) = \sqrt{5 - 10\,x} + \sqrt{3\,x + 10}$$

$\mathscr{C}_f$ désigne la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer $\mathscr{D}_f$ le domaine de définition de f.

2. Montrer que f est dérivable en -2 et que : $f'(-2) = -\dfrac{1}{4}$

3. Tracer l'allure de la courbe $\mathscr{C}_f$ puis donner l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -2 .

Exercice 4 (6 points)

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = -4\,\sin^3(x) - \sin(2\,x) + 4\,\sin(x)$$

1. Calculer $g\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$ et $g\left(\dfrac{4\,\pi}{3}\right)$

2. a/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations : $\sin(2\,x) = 0$ et $2\,\cos(x) - 1 = 0$

   b/ Construire les images des solutions de chacune sur le cercle trigonométrique.

3. a/ Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = \sin(2\,x)\,[2\,\cos(x) - 1]$

   b/ Résoudre dans $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$ l'inéquation : $g(x) < 0$

4. Calculer $\displaystyle\lim_{x \to \frac{\pi}{3}} \left(\frac{g(x)}{3\,x - \pi}\right)$ et en déduire que g est dérivable en $\dfrac{\pi}{3}$ puis donner $g'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$