

<i>Lycée Ibn Charaf Ennadhour</i>	<i>DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1</i>	<i>Prof :BOUZID.M</i>
<i>Le 25/01/2018</i>	<i>Epreuve : MATHÉMATIQUES</i>	<i>Classe : 3Tech<sub>1-2</sub> Durée : 2h</i>

**EXERCICE N°1 (QCM)** (04pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule de trois réponses proposées est exacte

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

1/ Soit  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs du plan tel que  $\|\vec{u}\| = 8$  et  $\vec{u} = 4\vec{v}$  alors  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  est égal à :

- a) 16                      b) -16                      c) 32

2/ Soient  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  trois vecteurs non nuls du plan tel que :  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{w}$  alors

- a)  $\vec{u} = \vec{w}$                       b)  $(\vec{u} - \vec{w})$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires                      c)  $(\vec{u} - \vec{w})$  et  $\vec{v}$  sont orthogonaux

3/ Soit  $\Delta = \{M \in P ; \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0\}$  alors  $\Delta$  est

- a) Une droite passant par A et de vecteur directeur  $\vec{u}$   
b) Une droite passant par A et de vecteur normal  $\vec{u}$   
c) Un cercle

4/ A) La fonction dérivée de  $f(x) = \sqrt{2x+3}$  est

- a)  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$   
b)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+3}}$   
c)  $f'(x) = 2\sqrt{2x+3}$

B) La fonction dérivée de  $f(x) = \sin^3(4x+5)$  est:

- a)  $f'(x) = 3 \cos(4x+5) \sin^2(4x+5)$   
b)  $f'(x) = 12 \cos(4x+5) \sin^2(4x+5)$   
c)  $f'(x) = -12 \cos(4x+5) \sin^2(4x+5)$

**EXERCICE N°2** (07pts)

I/ Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -x^3 + 3x + 1$  et  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère

Orthonormé  $(o ; \vec{i} ; \vec{j})$ .

1/a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) Montrer que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et calculer  $f'(x)$

c) Déterminer l'équation de la tangente à  $C_f$  au point  $A(2 ; -1)$

2/a) Déterminer les points de  $C_f$  ou les tangentes sont parallèles à  $(o ; \vec{i})$

b) Dresser le tableau de variation de  $f$

c) En déduire les extrémums

**II/** Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par  $g(x) = \frac{3x-1}{x-1}$  et  $C_g$  sa courbe représentative dans un repère

Orthonormé  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .

1/a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$

b) Montrer que  $g$  est dérivable sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  et que  $g'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$

c) Dresser le tableau de variation de  $g$

d) Déterminer les points de  $C_g$  où les tangentes sont parallèles à la droite :  $\Delta : y = -2x + 1$

**III/** Soit  $h$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x > 0 \\ g(x) & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

a) Montrer que  $h$  est continue en 0

b) Etudier la dérivabilité de  $h$  en 0

c) Dresser le tableau de variation de  $h$

### **EXERCICE N°3** (05pts)

**I/** Soit  $A(x) = \tan(2x + \frac{\pi}{3})$

a) Déterminer l'ensemble de définition de  $A(x)$

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $A(x) = 1$

**II/** Résoudre dans  $]-\pi; \pi]$

a)  $2\cos x + 1 \geq 0$

b)  $2\cos(3x + \frac{\pi}{6}) + 1 \geq 0$

c)  $2\sin x - 1 \leq 0$

d)  $(2\cos x + 1)(2\sin x - 1) \geq 0$

### **EXERCICE N°4** (04pts)

*Les deux parties I/ et II/ sont indépendantes*

**I/** Soit  $A$  et  $B$  deux points du plan tel que  $AB = 4$  et  $I$  le milieu de  $[AB]$

1/a) Placer sur la droite  $(AB)$  le point  $H$  tel que  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = 12$

b) Déterminer et construire l'ensemble des points  $M$  du plan tels que :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 12$

2/ Soit l'ensemble  $E = \{ M \in P ; MA^2 + MB^2 = 16 \}$

a) Montrer que pour tout  $M \in P ; MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 8$

b) Déterminer et construire l'ensemble  $E$

**III/**  $(o; \vec{i}; \vec{j})$  un repère orthonormé du plan. On donne les points  $A(1; 0)$  ;  $B(-5; 8)$  ;  $C(-2; \sqrt{3})$

et  $D(\sqrt{3} - 2; \sqrt{3} + 1)$

1/ a) Calculer  $CA$  ;  $CD$  et :  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD}$

b) En déduire  $\cos(\widehat{ACD})$  et  $\widehat{ACD}$

2/ Déterminer une équation cartésienne du cercle  $\zeta$  de diamètre  $[AB]$

