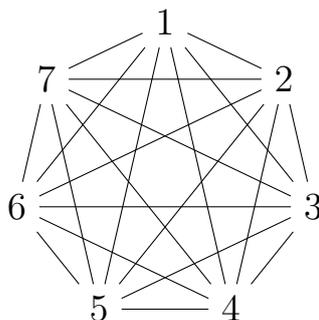


DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

MATHÉMATIQUES

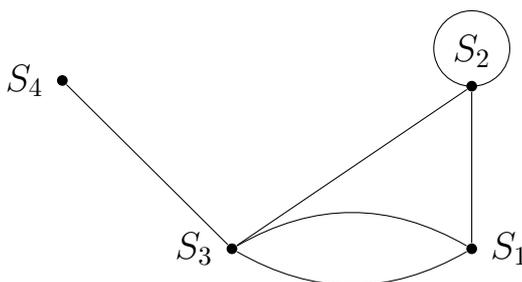
**Exercice 1** (4 points)

1. On donne le graphe  $\mathcal{K}$  ci-dessous.



Nommer ce graphe puis donner la formule donnant le cardinal de ses arêtes.

2. On donne le graphe  $\mathcal{B}$  ci-dessous.



a/ Recopier sur votre copie ce tableau, le compléter puis colorier le graphe  $\mathcal{B}$ .

Sommet				
Degré				

b/ Ce graphe est-il connexe ? Est-il complet ? Justifier clairement votre réponse.

c/ Ce graphe est-il eulérien ? Justifier clairement votre réponse.

**Exercice 2** (5 points)

On se donne la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = 1 + x - \sqrt{9 - 2x + x^2}$$

1. a/ Prouver que  $f$  est dérivable en 0 puis déduire  $f'(0)$ .

b/ Donner alors l'équation de la tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  de  $f$  en 0.

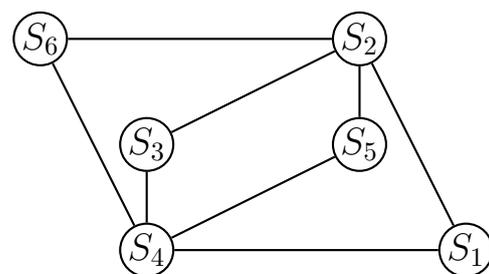
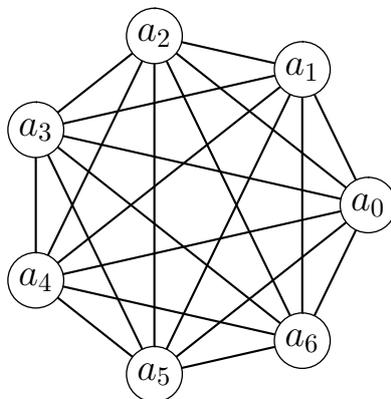
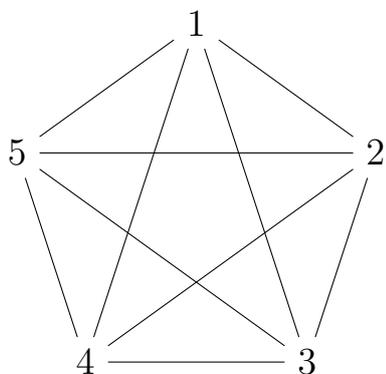
c/ Construire cette tangente.

2. a/ Montrer que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ .

b/ Interpréter graphiquement ce résultat.

**Exercice 3** (5 points)

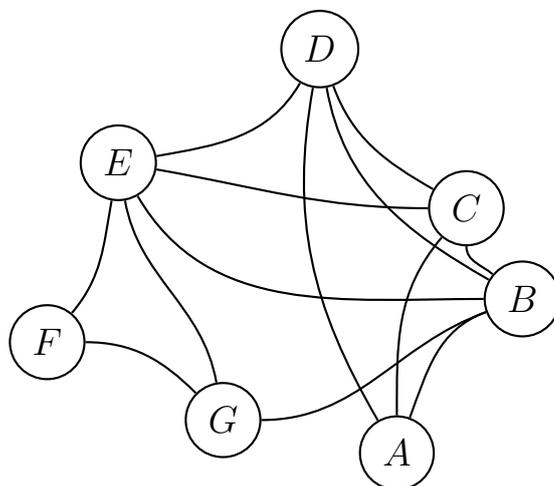
- Dans une toute petite ville, il y a 15 appareils téléphoniques. Est-il possible de les relier par des fils téléphoniques pour que chaque appareil soit relié avec exactement 5 autres ?
- Proposer une coloration, pour chacun des graphes suivants, en indiquant leurs nombre chromatiques.



- Dessiner un graphe non orienté simple dont l'ensemble des degrés des sommets est  $\{0; 4; 5\}$ . Ce graphe est-il complet ? Justifier clairement votre réponse.

**Exercice 4** (6 points)

Une compagnie aérienne propose des vols directs entre certaines villes, notées :  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$  et  $G$ . Cela conduit au graphe  $\mathcal{H}$  représenté ci-dessous, dont les sommets sont les villes et les arêtes représentent les liaisons aériennes.



- Vérifier que le graphe  $\mathcal{H}$  possède 13 arêtes puis donner  $\gamma(\mathcal{H})$ .
- Le graphe  $\mathcal{H}$  est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier clairement votre réponse.
- Quelle est la nature du sous-graphe formé par les sommets  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  ?
- a) Pourquoi est-il impossible pour un voyageur de construire un itinéraire qui utilise chaque liaison aérienne une et une seule fois ?  
b) Montrer qu'il est possible de construire un tel itinéraire en ajoutant une seule liaison qui n'existe pas et que l'on précisera. Donner un exemple d'un tel itinéraire.