Lycée : Souassi	*Devoir de Contrôle N°3*	*Professeur* : Fligène Wissem
Date : 25-01-2009		*Epreuve* : Mathématiques
Classe : 2 Ti 1		*Durée* : 1 heure

- Il est recommandé de soigner la rédaction et la présentation de la copie -

<u>Exercice 1</u> : (10 points)

1) Soit le polynôme f définie par : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
   a) Quel est le degré de f ?
   b) Vérifier que 1 est une racine de f
   c) Déterminer les réels a, b et c pour que $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$
2) Dans la suite de l'exercice, on prend $a = 1$, $b = -5$ et $c = 6$

   Résoudre dans $\mathbb{R}$: $f(x) = 0$
3) Soit la fonction rationnelle g définie par :

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}$$

   a) Déterminer le domaine de définition de g
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $g(x) \leq 0$

<u>Exercice 2</u> : (6 points)

Soient $[AB]$ et $[A'B']$ deux segments parallèles et non isométriques

Soit h l'homothétie tel que $h(A) = A$ et $h(B) = B$

1) Construire le centre O de l'homothétie h
2) Soient E et E deux points de la droite (OA) privé de O et A tel que les deux droites (BE) et $(B'E')$ sont parallèles
   a) Montrer que $(B'E')$ est l'image de (BE) par h
   b) En déduire que $h(E) = E$
3) Soit I le milieu de $[AE]$ et I le milieu de $[A'E']$

   Soit $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}$ deux cercles de centre respectifs I et I et passant respectivement par B et B .

   Montrer que $h(\mathcal{C}) = \mathcal{C}$

<u>Exercice 3</u> : (4 points)

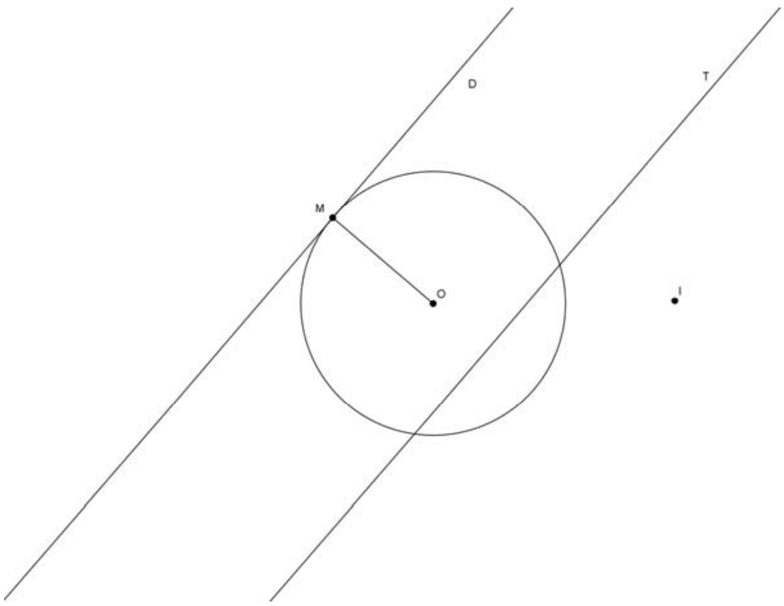
Soit la figure ci-dessous :

$\mathcal{C}$ est un cercle de centre O. D et T sont deux droites telle que D est tangente à $\mathcal{C}$ en M

Construire l'image de cette figure par l'homothétie h de centre I et de rapport $-\frac{1}{2}$

✂---

Nom et prénom :



Correction

Exercice 1

1. a) $d°(f) = 3$ 1

   b) $f(1) = 1^3 - 6 \times 1^2 + 11 \times 1 - 6 = 1 - 6 + 11 - 6 = 12 - 12 = 0$ 1,5

donc 1 est une racine de f

   b) f est factorisable par $(x-1)$ donc

$$f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx - ax^2 - bx - c$$
$$= ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c$$

$$ainsi \begin{cases} a = 1 \\ b - a = -6 \\ c - b = 11 \\ -c = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 + a = -5 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 6 \end{cases}$$ 2

$conclusion$: $\boxed{f(x) = (x-1)(x^2 - 5x + 6)}$

2. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \;\; ou\; x^2 - 5x + 6 = 0$

   $x - 1 = 0 \;\; \Leftrightarrow x = 1$

   $x^2 - 5x + 6 = 0 \; (a = 1; b = -5; c = 6)$

   $\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1 > 0$ donc $x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5+1}{2} = 3$ et $x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5-1}{2} = 2$ 2

$$\boxed{S_{\mathbb{R}} = \{1,2,3\}}$$

3. a) $D_g = \{x \in \mathbb{R} \,/ x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \,/ f(x) \neq 0\} = \underline{\mathbb{R} \backslash \{1,2,3\}}$ 1,5

   b) $g(x) = \frac{x^2-1}{x^3-6x^2+11x-6} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2-5x+6)} = \frac{x+1}{x^2-5x+6}$

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
x^2-5x+6		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	‖	$+$	

2

$$\boxed{S_{\mathbb{R}} =]-\infty, -1] \cup]2,3[}$$

Exercice 2

1. $h(A) = A$ alors $O \in (AA')$

   $h(B) = B$ alors $O \in (BB')$ donc $\{O\} = (AA') \cap (BB')$ 1

2. *a) On a* $h(B) = B'$ *et* $(BE) // (B'E')$ *donc* $h((BE))$ *est la parallèle à (BE) passant par B' qui est (B'E')* 1,5

b) $\{E\} = (BE) \cap (OA)$ *donc* $\{h(E)\} = h\big((BE)\big) \cap h((OA)) \underset{h((OA))=(OA)\, car\, O \in (OA)}{\underbrace{=}} (B'E') \cap (OA) = \{E\}$ 1,5

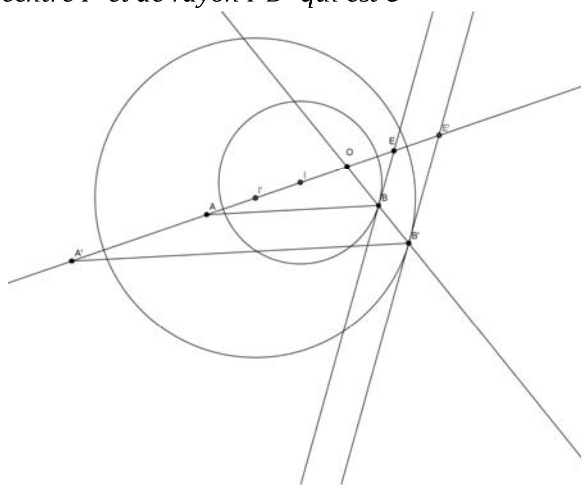
   donc $h(E) = E$

3. $\mathcal{C}$ *est le cercle de centre I et de rayon IB donc* $h(\mathcal{C})$ *est le cercle de centre* $h(I)$ *et de rayon la distance* $h(I)h(B)$

   Or $h(B) = B$ 2

   D'autre part $I = A * E$; $I' = A' * E$, $h(A) = A'$ *et* $h(E) = E$ *et comme l'homothétie conserve le milieu alors* $h(I) = I$

   donc $h(\mathcal{C})$ *est le cercle de centre I et de rayon I B qui est* $\mathcal{C}$



Exercice 3 (4 pts)