

**Exercice n°1 : ( 6 points)**

Soit U une suite arithmétique de raison  $r = 1$ .

- 1) On suppose que :  $U_2 + U_3 = 9$ 
  - a) Ecrire  $U_2 + U_3$  en fonction de  $U_1$  et r.
  - b) Déduire que  $U_1 = 3$
- 2) a) Ecrire  $U_n$  en fonction de n.  
b) Calculer  $U_{20}$ .
- 3) Calculer la somme  $S = U_1 + U_2 + \dots + U_{10}$ .
- 4) On pose  $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$ .  
Déterminer l'entier naturel n sachant que  $S_n = 25$

**Exercice n°2 : ( 6 points)**

Soit la suite U définie sur IN par 
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{1+4U_n} \end{cases}$$

- 1) a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$ .  
b) U est elle arithmétique ? Justifier votre réponse.
- 2) Soit la suite V définie sur IN par  $V_n = \frac{1}{U_n}$ 
  - a) Montrer que V est une suite arithmétique de raison 4.
  - b) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de n.
  - c) Calculer  $U_{20}$ .
  - d) Calculer la somme  $S = \frac{2}{U_0} + \frac{2}{U_1} + \frac{2}{U_2} + \dots + \frac{2}{U_{10}}$

**Exercice n°3 : (3 points)**

- 1) Vérifier  $7^2 - 1$  est divisible par 6
- 2) Soit n un entier naturel non nul.
  - a) Montrer que si (n-1) est divisible par 6 alors  $7^2n - 1$  est aussi divisible par 6 ?
  - b) déduire que :  $7^4 - 1$  et  $7^6 - 1$  sont divisibles par 6.

**Exercice n°4 : (5 points)**

Soit ABC un triangle équilatéral direct et soit R la rotation directe de centre A et d'angle  $\frac{\pi}{3}$ .

- 1) Montrer que  $R(B) = C$
- 2) a) Construire le point  $D = R(C)$ .  
b) Quelle est la nature du triangle ACD ? Justifier votre réponse.  
c) Déduire que ABCD est losange.
- 3) Soit H le centre du losange ABCD et soit I le milieu de [BC] et J le milieu [CD].  
Montrer que  $R(I) = J$
- 4) Soit  $(C_1)$  le cercle de diamètre [BC] et  $(C_2)$  le cercle de diamètre [CD] qui se coupent en C et en H.  $(C_2)$  recoupe [AD] en k
  - a) Montrer que  $R((C_1)) = (C_2)$ .
  - b) Montrer que AHK est équilatéral.

**Bon travail**