YOUSSEF BOULILA DEVOIR DE SYNTHESE N 1 CLASSE 2TI

Exercice I

Pour chacune des affirmations suivantes, vous devez dire si elle est vraie ou fausse. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte sera comptée 0,5 point, un réponse fausse pénalisera de 0,25 point. Ne pas répondre n'enlève ni n'ajoute de point.

a) Le produit de deux polynômes est toujours un polynôme
b) Le quotient de deux polynômes est toujours un polynôme
c) Le quotient de deux polynômes peut parfois être un polynôme
d) $(x^2+x+1)^3$ est de degré 5
e) $(x+\sqrt{x})^2$ est un polynôme
f) Les fonctions constantes sont des polynômes
g) Le degré de la somme de deux polynômes est inférieur ou égal aux deux degrés de ces polynômes.
h) Le degré de la somme de deux polynômes est supérieur ou égal aux deux degrés de ces polynômes.

Exercice II

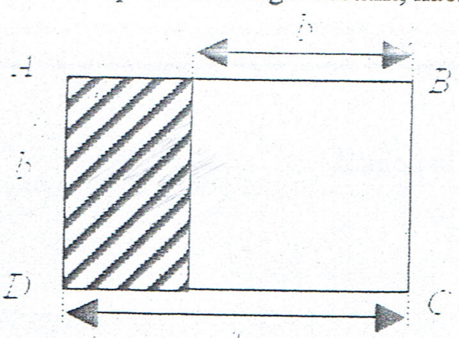
Le nombre d'or, noté φ, est le nombre $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

1. Prouver que $\varphi^2=\varphi+1$ et que $\dfrac{1}{\varphi}=\varphi-1$.

2. Résoudre dans R l'équation : $x^2-x-1=0$. Quel est le lien entre φ et cette équation ?

3. Un rectangle de longueur L et de largeur l est appelé rectangle d'or lorsque $\dfrac{L}{l}=\varphi$.

Sur la figure suivante, ABCD est un rectangle d'or, avec $AD=b$ et $DC=a$.
Retirons de ce rectangle le carré de côté b, comme indiqué sur la figure.
Prouver que le rectangle restant, hachuré sur la figure, est encore un rectangle d'or.



Exercice III

Soit le polynôme $P(x)=6+10x+2x^2-2x^3$.

1. Vérifier que P(-1)=0 puis que $P(x)$ est factorisable par x+1.
2. Déterminer trois réels a,b et c tels que pour tout réel x, $P(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$.
3. Résoudre alors l'inéquation $P(x)>0$.

EXERCICE IV

Dans le plan on considère un triangle ABC isocèle en A , de hauteur [AH] tel que AH = BC = 4 , l unité est le centimètre

1) en justifiant la construction , placer le point G , barycentre des points pondérés (A , 2) , (B , 1) , (C , 1)

2) On désigne par M un point quelconque du plan

a) Montrer que le vecteur $\vec{V} = 2\ \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ est
est un vecteur de norme 8

b) Déterminer l' ensemble E_1 des point M du plan tels que :

$$\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\| = \|\vec{V}\|$$

3) On considère le système de points pondérés :
(A , 2) , (B , n) , (C , n) ou n est un entier naturel fixé

a) Montrer que le barycentre G_n de ce système existe
construire G_0 , G_1 , G_2

b) montrer que G_n appartient au segment [AH]

c) Calculer la distance A G_n en fonction de n et déterminer la limite quand n tend vers $+\infty$
préciser la position de G_n quand n tend vers $+\infty$

d) Soit E_n l' ensemble des points M tels que :
$$\|2\overrightarrow{MA}+n\ \overrightarrow{MB}+n\ \overrightarrow{MC}\| = n\ \|\vec{V}\|$$

Montrer que E_n est un cercle qui passe par le point A
En préciser le centre et le rayon

e) Construire E_2