

Exercice n°1 : (8 points)

Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 2x$ et soit C_f sa courbe dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- A) 1) Identifier et tracer C_f .
2) Déterminer par calculs les abscisses des points d'intersections de C_f avec l'axe des abscisses.
3) Dresser graphiquement le tableau de signe de $f(x)$.

B) Soit la fonction définie par $g(x) = \frac{2x}{x+1}$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de g .
2) Identifier et tracer la courbe de g dans le même repère.
3) Dresser graphiquement le tableau de variation de g .
4) Déterminer par calcul les abscisses des points d'intersection de C_f et C_g .
5) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.

C) Soit la fonction définie par $h(x) = \frac{2|x|}{|x|+1}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de h
2) a) Montrer que h est paire
b) Montrer que pour tout $x \in [0, +\infty[$ on a $h(x) = g(x)$
3) Tracer dans le même repère la courbe de h .

Exercice n°2 : (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soit les points $A(1,3)$, $B(4,2)$, $C(4,0)$ et $E(0,-2)$ et la droite $D: 2x - y - 8 = 0$

1) On donne l'ensemble $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$

- a) Montrer que (C) est un cercle de centre $I(2,1)$ et dont on précisera le rayon.
b) Montrer que D et (C) sont tangents puis vérifier que C est leur point de contact.

2) a) Montrer que $[OB]$ est un diamètre de (C) .

b) Vérifier que A appartient au cercle (C) .

c) Calculer $\cos \widehat{AOB}$ puis déduire que OAB est rectangle et isocèle en A .

3) a) Montrer que $(EB): x - y - 2 = 0$

b) Étudier la position relative de (EB) et (C) .

b) Montrer que D et (EB) sont sécantes en un point F dont on déterminera les coordonnées.

4) a) Calculer $d(I, (EB))$

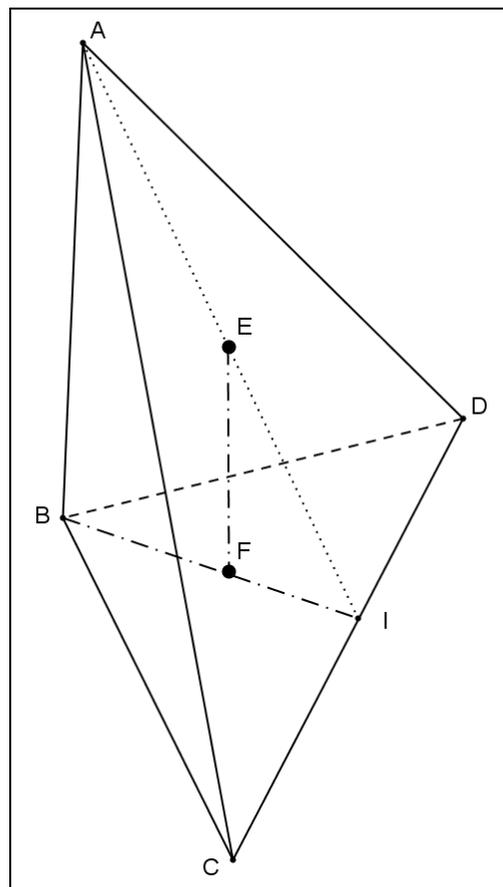
b) Déduire que (EB) et (C) sont sécantes en deux points B et un autre point M dont on déterminera les coordonnées

Exercice n°3 : (6 points)

Dans l'espace on considère un tétraèdre ABCD tel que les faces BAC et BDA sont des triangles rectangles et isocèles en B et la face ACD est un triangle équilatéral.

Soit I le milieu du segment [CD] et le point E centre de gravité du triangle ACD et soit F le projeté orthogonal de E sur le plan (BCD).

- 1) a) Montrer que $BC = BD$
b) Dédire que (ABI) est le plan médiateur du segment [CD].
c) Montrer que (AB) est perpendiculaire au plan (BCD).
d) Dédire que les plans (ABI) et (ACD) sont perpendiculaires.
- 2) a) Montrer que (BE) est l'axe du cercle circonscrit au triangle ACD.
b) Dédire que BEI est un triangle rectangle en E.
- 3) a) Vérifier que (BI) la droite d'intersection des plans (ABI) et (BCD).
b) Dédire que B, F et I sont alignés.



Bon travail