Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de Synthèse n° 3** Mathématiques	Classes : 2ème Sc $_{3 \text{ et } 4}$
Date : 26 / 05 / 2015	Prof : Meddeb Tarek	Durée : 2 heures

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (9 pts)

Soit f la fonction définie sur $IR\setminus\{2\}$ par : $f(x)=\dfrac{2x-6}{x-2}$. On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) $a/$ Vérifier que, pour tout $x\in IR\setminus\{2\}$ on a : $f(x)=\dfrac{-2}{x-2}+2$.

   $b/$ Tracer C_f.

   $c/$ Résoudre graphiquement les inéquations :

   - $f(x)\geq 0$.
   - $-1\leq \dfrac{-2}{x-2}\leq 1$.

2) Soit g la fonction définie sur IR par : $g(x)=-x^2+2x+3$.

   $a/$ Vérifier que, pour tout $x\in IR,\ g(x)=-(x-1)^2+4$.

   $b/$ Tracer la courbe C_g représentetion graphique de g dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3) $a/$ Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de C_f et C_g.

   $b/$ Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\leq g(x)$.

4) Soit h la fonction définie par : $h(x)=\dfrac{2|x|-6}{|x|-2}$.

   $a/$ Déterminer le domaine de définition de h.

   $b/$ Montrer que la fonction h est paire.

   $c/$ Tracer C_h la représentation graphique de h à partir de C_f dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

   $d/$ Dresser le tableau de variations de h.

Exercice n°2 : (5,5 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On considère les points $A(4\ ;\ 0)$ et $B(0\ ;\ 8)$, et on désigne par $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$.

1) $a/$ Déterminer le centre I et le rayon R de $\mathscr{C}$.

   $b/$ Vérifier qu'une équation de $\mathscr{C}$ est : $x^2+y^2-4x-8y=0$.

2) Soit Δ la droite d'équation : $x+3y-4=0$.

Montrer que $\mathscr{C}$ et Δ sont sécants et déterminer les coordonnées de leurs points d'intersection.

3) Soit $M(a,b)$ un point de $\mathscr{C}$, où a et b sont deux réels, et D la droite dont une équation cartésienne est : $(a-2)x+(b-4)y-2a-4b=0$.

$a/$ Montrer que $M \in D$.

$b/$ Montrer que $\mathscr{C}$ et D sont tangents en M.

$c/$ Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ en chacun des points A et B.

Exercice n°3 : *(5,5 pts)*

On considère un cercle $\mathscr{C}$ de centre I et de rayon r situé dans un plan P. Soit $[BC]$ un diamètre de $\mathscr{C}$ et A est un point de $\mathscr{C}$ tel que le triangle ABC est isocèle. On désigne par Δ la perpendiculaire à P en C et S est un point de Δ distinct de C.

1) $a/$ Montrer que la droite (AB) est perpendiculaire au plan (SAC).

$b/$ En déduire que les plans (SAB) et (SAC) sont perpendiculaires.

2) Soit J le milieu de $[SB]$.

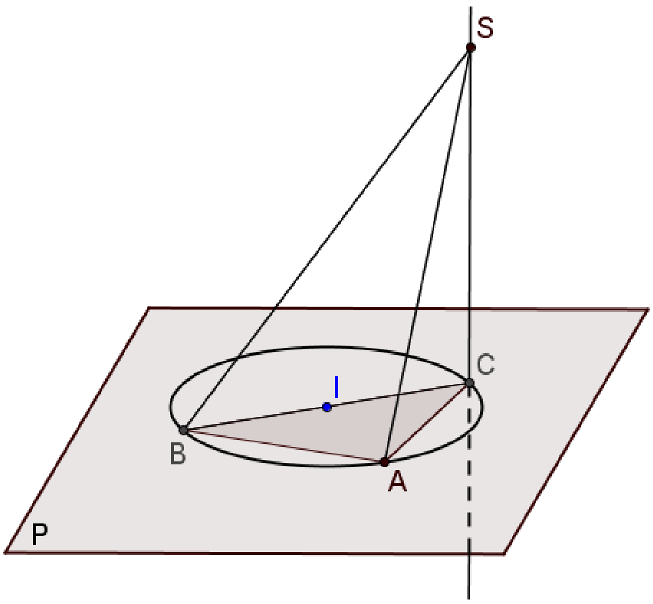
$a/$ Montrer que (IJ) est perpendiculaire à P.

$b/$ En déduire que (IJ) est l'axe de $\mathscr{C}$.

$c/$ Déterminer le plan médiateur de $[BC]$.

3) On suppose que $SC = 2AC$.

Calculer SA et SB en fonction de r.



Bonne chance