

Lycée Tahar Sfar Mahdia	<b><u>Devoir de Synthèse n° 3</u></b> Mathématiques	Classes : 2 <sup>ème</sup> Sc 1 et 2
Date : 31 / 05 / 2014	Prof : Meddeb Tarek	Durée : 2 heures

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

**Exercice n°1** : (7 pts)

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ . On donne dans la feuille annexe ci-jointe une partie de la représentation graphique  $C_f$  de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , sur l'intervalle  $] -3 ; +\infty[$ .

- 1) a/ On admet que  $C_f$  est une hyperbole, achever la construction de  $C_f$ .  
b/ Montrer que, pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ ,  $f(x) = \frac{2x+4}{x+3}$ .  
c/ Résoudre graphiquement les inéquations:
  - $f(x) \leq 0$ .
  - $0 \leq f(x) \leq 4$ .
- 2) Soit  $M$  un point de  $C_f$  d'abscisse  $x$ , où  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ . On désigne par  $H$  le projeté orthogonal de  $M$  sur la droite d'équation :  $y = 1$  et par  $K$  le projeté orthogonal de  $M$  sur la droite d'équation :  $x = -1$  et par  $A$  le point de coordonnées  $(-3 ; 2)$ .  
a/ Déterminer en fonction de  $x$ , les coordonnées des points  $H$  et  $K$ .  
b/ Montrer que les points  $A$ ,  $H$  et  $K$  sont alignés.
- 3) Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$ .  
a/ Vérifier que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{1}{2}$ .  
b/ Tracer la courbe  $C_g$  représentation graphique de  $g$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  de la feuille de l'annexe.
- 4) a/ Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de  $C_f$  et  $C_g$ .  
b/ Résoudre graphiquement l'inéquation :  $f(x) \leq g(x)$ .

**Exercice n°2** : (7 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

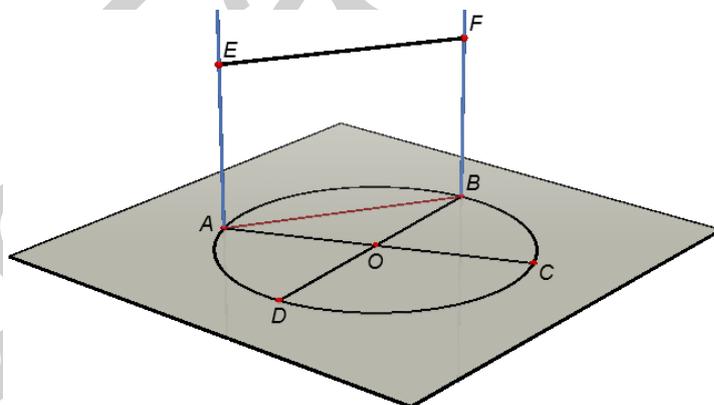
On considère les points  $A(2 ; 4)$ ,  $B(-6 ; 0)$  et  $C(0 ; -3)$ .

- 1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
- 2) Déterminer le centre  $I$  et le rayon  $R$  du cercle  $\mathcal{C}$  de diamètre  $[AB]$ .
- 3) a/ Vérifier qu'une équation de la droite  $(BC)$  est :  $x + 2y + 6 = 0$ .

- b/ Ecrire une équation cartésienne de la droite  $(OA)$ .
- c/ Vérifier que les droites  $(OA)$  et  $(BC)$  sont perpendiculaires.
- 4) Le cercle  $\mathcal{C}$  recoupe la droite  $(BC)$  en  $E$ .
- a/ Montrer que les points  $A$ ,  $O$  et  $E$  sont alignés.
- b/ Déterminer les coordonnées du point  $E$ .
- 5) Soit  $\mathcal{C}'$  l'ensemble d'équation :  $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 12 = 0$ .
- a/ Montrer que  $\mathcal{C}'$  est un cercle dont on précisera le centre  $J$  et le rayon  $R'$ .
- b/ Vérifier que le point  $F(2 ; 0)$  appartient à  $\mathcal{C}'$ . Construire  $\mathcal{C}'$ .
- c/ Montrer que  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  sont tangents extérieurement.

**Exercice n°3** : (6 pts)

Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de centre  $O$  situé dans un plan  $P$ ,  $[AC]$  et  $[BD]$  sont deux diamètres de  $\mathcal{C}$ .  $E$  est un point de la perpendiculaire à  $P$  en  $A$  et  $F$  est un point de la perpendiculaire à  $P$  en  $B$  tels que  $AE = BF$ .



- 1) a/ Montrer que la droite  $(CD)$  est perpendiculaire au plan  $(ADE)$ .
- b/ En déduire que les droites  $(CD)$  et  $(DE)$  sont orthogonales.
- c/ Les plans  $(CDE)$  et  $(ADE)$  sont-ils perpendiculaires ? justifier la réponse.
- 2) a/ Montrer que  $CDEF$  est un rectangle.
- b/ On suppose que :  $AB = 2AE = 2AD = 2a$ , où  $a$  est un réel strictement positif. Calculer  $EC$  en fonction de  $a$ .
- 3) Soit  $K$  le milieu de  $[CE]$ . Montrer que  $(OK)$  est l'axe de  $\mathcal{C}$ .
- 4) a/ Montrer que chacun des plans  $(ACE)$  et  $(BDF)$  est perpendiculaire à  $P$ .
- b/ Déterminer l'intersection des plans  $(ACE)$  et  $(BDF)$ .

Bonne chance

Devoir de synthèse n°3 ( 2<sup>ème</sup> Sc 1+2 )

Le 31 / 05 / 2014

Nom et prénom : .....

Classe : 2 Sc....

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

