

Lycée Tahar Sfar Mahdia	Devoir de Synthèse n° 3 Mathématiques	Classes : 2 ^{ème} Sc 1 et 2
Date : 31 / 05 / 2014	Prof : Meddeb Tarek	Durée : 2 heures

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (7 pts)

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$. On donne dans la feuille annexe ci-jointe une partie de la représentation graphique C_f de la fonction f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , sur l'intervalle $] -3 ; +\infty[$.

- 1) a/ On admet que C_f est une hyperbole, achever la construction de C_f .
b/ Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$, $f(x) = \frac{2x+4}{x+3}$.
c/ Résoudre graphiquement les inéquations:
 - $f(x) \leq 0$.
 - $0 \leq f(x) \leq 4$.
- 2) Soit M un point de C_f d'abscisse x , où $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$. On désigne par H le projeté orthogonal de M sur la droite d'équation : $y = 1$ et par K le projeté orthogonal de M sur la droite d'équation : $x = -1$ et par A le point de coordonnées $(-3 ; 2)$.
a/ Déterminer en fonction de x , les coordonnées des points H et K .
b/ Montrer que les points A , H et K sont alignés.
- 3) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$.
a/ Vérifier que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{1}{2}$.
b/ Tracer la courbe C_g représentation graphique de g dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) de la feuille de l'annexe.
- 4) a/ Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de C_f et C_g .
b/ Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$.

Exercice n°2 : (7 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

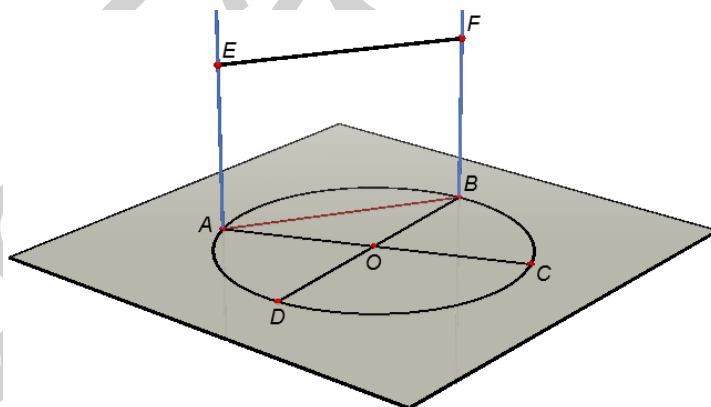
On considère les points $A(2 ; 4)$, $B(-6 ; 0)$ et $C(0 ; -3)$.

- 1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
- 2) Déterminer le centre I et le rayon R du cercle \mathcal{C} de diamètre $[AB]$.
- 3) a/ Vérifier qu'une équation de la droite (BC) est : $x + 2y + 6 = 0$.

- b/ Ecrire une équation cartésienne de la droite (OA) .
- c/ Vérifier que les droites (OA) et (BC) sont perpendiculaires.
- 4) Le cercle \mathcal{C} recoupe la droite (BC) en E .
- a/ Montrer que les points A , O et E sont alignés.
- b/ Déterminer les coordonnées du point E .
- 5) Soit \mathcal{C}' l'ensemble d'équation : $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 12 = 0$.
- a/ Montrer que \mathcal{C}' est un cercle dont on précisera le centre J et le rayon R' .
- b/ Vérifier que le point $F(2 ; 0)$ appartient à \mathcal{C}' . Construire \mathcal{C}' .
- c/ Montrer que \mathcal{C} et \mathcal{C}' sont tangents extérieurement.

Exercice n°3 : (6 pts)

Soit \mathcal{C} un cercle de centre O situé dans un plan P , $[AC]$ et $[BD]$ sont deux diamètres de \mathcal{C} . E est un point de la perpendiculaire à P en A et F est un point de la perpendiculaire à P en B tels que $AE = BF$.



- 1) a/ Montrer que la droite (CD) est perpendiculaire au plan (ADE) .
- b/ En déduire que les droites (CD) et (DE) sont orthogonales.
- c/ Les plans (CDE) et (ADE) sont-ils perpendiculaires ? justifier la réponse.
- 2) a/ Montrer que $CDEF$ est un rectangle.
- b/ On suppose que : $AB = 2AE = 2AD = 2a$, où a est un réel strictement positif. Calculer EC en fonction de a .
- 3) Soit K le milieu de $[CE]$. Montrer que (OK) est l'axe de \mathcal{C} .
- 4) a/ Montrer que chacun des plans (ACE) et (BDF) est perpendiculaire à P .
- b/ Déterminer l'intersection des plans (ACE) et (BDF) .

Bonne chance

Devoir de synthèse n°3 (2^{ème} Sc 1+2)

Le 31 / 05 / 2014

Nom et prénom :

Classe : 2 Sc....

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

