Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de Synthèse n° 3** Mathématiques	Classes : 2ème Sc 1 et 4
Date : 27 / 05 / 2013	Prof : Meddeb Tarek	Durée : 2 heures

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (8 pts)

On a représenté dans la feuille annexe ci-jointe (page 3), dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, la parabole C_f, représentation graphique d'une fonction f définie sur IR.

1) $a/$ Résoudre graphiquement :
   - $f(x) \geq 0$
   - $0 \leq f(x) \leq 6$.

   $b/$ Donner un encadrement de $f(x)$ lorsque $x \in [-1\,;\,5]$.

2) En utilisant la courbe C_f , montrer que, pour tout $x \in IR$, $f(x)=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{5}{2}$.

3) Soit g la fonction définie sur $IR\backslash\{2\}$ par : $g(x)=\frac{x-5}{x-2}$.

   $a/$ Déterminer les réels a et b tels que, pour tout $x \in IR\backslash\{2\}$, $g(x)=\frac{a}{x-2}+b$.

   $b/$ Tracer la courbe C_g représentetion graphique de g dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ de la feuille de l'annexe.

4) $a/$ Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de C_f et C_g .

   $b/$ Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$.

5) Soit $M(2m+1\,;\,2m^2-4m)$ où m est un réel.

   $a/$ Montrer que $M \in C_f$ pour tout $m \in IR$.

   $b/$ Déterminer les valeurs de m pour que $M \in C_g$.

Exercice n°2 : (6 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

On considère les points $A(6\,;\,4)$, $B(5\,;-3)$ et $C(-3\,;1)$, et l'ensemble $\mathscr{C}$ des points $M(x\,;\,y)$ vérifiant l'équation : $x^2+y^2-4x-2y-20=0$.

1) $a/$ Montrer que $\mathscr{C}$ est un cercle dont on précisera le centrer J et le rayon R.

   $b/$ Vérifier que $\mathscr{C}$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.

2) Soit Δ la droite d'équation : $3x+y-12=0$.

$a/$ Vérifier que Δ est la hauteur issue de B dans le triangle ABC.

$b/$ Soit $H(4\,;\,0)$, vérifier que $H \in \Delta$, puis montrer que H est l'orthocentre du triangle ABC.

3) $a/$ Ecrire une équation cartésienne de la droite (JH).

$b/$ Soit $G\left(\frac{8}{3}\,;\,\frac{2}{3}\right)$, vérifier que $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OG}$, en déduire que G est le centre de gravité du triangle ABC.

$c/$ Montrer que les points J, H et G sont alignés.

Exercice n°3 : (6 pts)

Soit $ABCD$ un tétraèdre régulier, M est le milieu de $[BD]$. (voir figure ci-dessous)

1) $a/$ Déterminer le plan médiateur de $[BD]$.

$b/$ En déduire que les droites (BD) et (AC) sont orthogonales.

2) On désigne par I, J, K et L les milieux respectifs des arêtes $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$.

$a/$ Montrer que $IJKL$ est un losange.

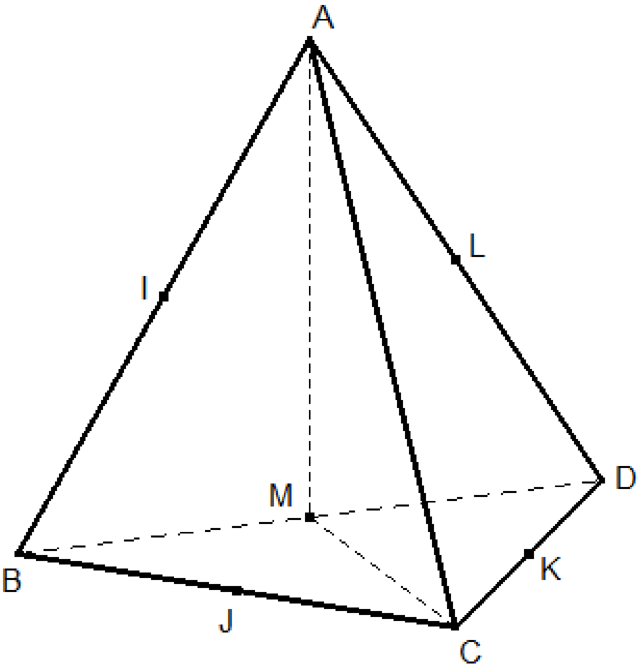
$b/$ Montrer que les droites (IJ) et (JK) sont orthogonales. Conclure.

$c/$ Montrer que les plans (AMC) et (JKI) sont perpendiculaires.

3) On pose $AB=a,\quad a\in IR_+^*$.

Calculer la distance IK en fonction de a.

Bonne chance



Devoir de synthèse n°3 (2 ème Sc 1+4)

Le 27 / 05 / 2013

Nom et prénom : …………………………………………………….. *Classe : 2 Sc….*

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE