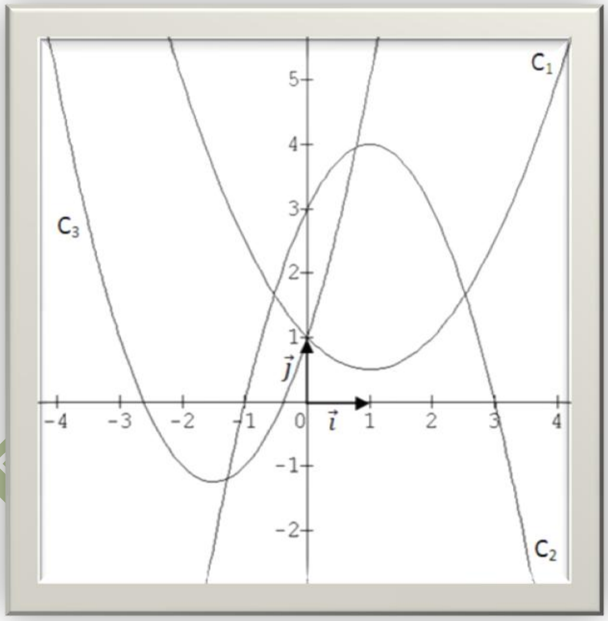
Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de Synthèse n° 3** Mathématiques	Classes : 2ème $Sc_{1et\,2}$ et 2ème $Info_2$
Date : 31 / 05 / 2011	Profs : Zaouali et Meddeb	Durée : 2 heures

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (3 pts)

On donne sur le graphique ci-contre, dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, trois paraboles C_1, C_2 et C_3.



Soient f, g, h et k les quatre fonctions définies sur IR par :

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$$

$$h(x) = -x^2 + 2x + 3$$

$$k(x) = x^2 + 3x + 1$$

Trois parmi ces quatre fonctions sont représentées graphiquement par les courbes C_1, C_2 et C_3.

1) Associer chaque courbe à sa fonction.
2) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_1 et C_3.

Exercice n°2 : (8 pts)

Dans l'annexe ci-joint est représenté dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, l'hyperbole C_f d'une fonction f définie sur $IR\backslash\{2\}$. Les droites Δ et Δ' sont les asymptotes de f.

1) $a/$ Etablir le tableau de variations de f.

   $b/$ Résoudre graphiquement : $f(x) \geq 0$.

2) Montrer que, pour tout $x \in IR\backslash\{2\}$, $f(x) = \dfrac{2x-2}{x-2}$.

3) Soit g la fonction définie sur IR par : $g(x) = -x^2 + 4x + c, \quad c \in IR$.

   On désigne par C_g sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ de la feuille de l'annexe.

   $a/$ Déterminer c sachant que C_g passe par le point $A(3, 4)$.

   $b/$ Montre ensuite que, $g(x) = -(x-2)^2 + 5$ pour tout $x \in IR$.

   $c/$ Tracer soigneusement C_g.

4) $a/$ Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de C_f et C_g .

$b/$ Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$.

Exercice n°3 : (9 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

On considère les points $A(4,4)$, $B(-1,5)$ et $C(-2,0)$.

1) $a/$ Faire une figure que l'on complétera dans la suite de l'exercice.

$b/$ Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

2) Soit $\mathscr{C}$ l'ensemble des points $M(x,y)$ tels que : $x^2+y^2-2x-4y-8=0$.

$a/$ Montrer que $\mathscr{C}$ est le cercle de centre $I(1,2)$ et de rayon $R=\sqrt{13}$.

$b/$ Vérifier que $[AC]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$. Tracer $\mathscr{C}$.

3) Soit Δ la droite d'équation : $3x+2y-20=0$.

$a/$ Vérifier que Δ est la tangente à $\mathscr{C}$ en A.

$b/$ Ecrire une équation de la tangente Δ' à $\mathscr{C}$ en B.

$c/$ Les droites Δ et Δ' se coupent en J. Montrer que $AIBJ$ est un carré.

$d/$ Déterminer les coordonnée de J.

4) Soit $\mathscr{C}'$ le cercle de centre $K\left(4,-\frac{5}{2}\right)$ et de rayon $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Montrer que $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ sont tangents extérieurement. Construire $\mathscr{C}'$.

Bonne chance

Nom et prénom : …………………………………………………….... Classe : ………

Annexe à rendre avec la copie