****** Lycée Hbira****** Devoir de synthèse N°3 ******Mathématique*******	Prof : Achich F. & Ben Essid A. A.N:2014/2015 Classe : 2ème Sc Durée et Date: 2H le 26/05/2015

Exercice N°1 : (3pts)

I/ Dans le repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$. On donne $A(0;1)$; $B(-1;7)$ et (Δ) la droite d'équation $x=1$.

Déterminer une équation cartésienne de (P) parabole d'axe (Δ) et passent par les points A et B.

II/ Soit k une fonction <u>impaire</u> définie sur $\mathbb{R}$.

1) Montrer que $k(0)=0$.
2) On suppose pour la suite de l'exercice que k est définie sur $\mathbb{R}_+$ par $k(x)=x^2-3x$

   Calculer $k(-1)$ et $k(-2)$

Exercice N°2 : (5pts)

Soit les fonctions $f(x)=2x^2-4x+1$ et $g(x)=\dfrac{3x-2}{x-2}$.

1) a) Vérifier que pour tout réel x $f(x)=2(x-1)^2-1$

   b) Construire la courbe (ζ_f) de f dans un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$. (Indiquer son sommet S et son axe de symétrie).

   c) Construire la courbe (ζ_g) de g dans le même repère. (Indiquer son centre I et ses asymptotes D_1 et D_2).

2) a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection A, B et C des courbes (ζ_f) et (ζ_g). $(x_A<x_B<x_C)$

   b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\geq g(x)$

   c) Calculer AB, AC et BC. En déduire $\cos\left(A\hat{B}C\right)$.

Exercice N°3 : (6pts)

Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-1$ et $g(x)=-(x-1)^2$.

On désigne par (ζ_f) et (ζ_g) les courbes représentatives de f et g dans un plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$.

1) a) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de (ζ_f) et (ζ_g).

   b) Tracer (ζ_f) et (ζ_g).

   c) Résoudre graphiquement l'inéquation : $\dfrac{f(x)}{g(x)}\leq 1$.

2) Soit $x\in\left]0\,;1\right[$ et soient M et N les points de (ζ_f) et (ζ_g) de même abscisse x.

   a) Montrer que $MN=2x-2x^2$

   b) Montrer que $MN\leq\dfrac{1}{2}$ puis déduire la valeur de x pour laquelle MN est maximale.

3) Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=-\left(|x|-1\right)^2$.

   a) Montrer que h est une fonction paire.

   b) Tracer la courbe (ζ_h) de la fonction h.

   c) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)<h(x)$.

Exercice N°4 : (6pts)

Le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$, on considère les points $A(1;-1)$ et l'ensemble ξ des points $M(x\,;y)$ vérifiant : $x^2+y^2+2x-4x-3=0$.

1) Montrer que ξ est un cercle dont on précisera le centre I et le rayon R .
2) La droite D d'équation $y=x+3$ coupe ξ en deux points E et F $(x_E<x_F)$
   a) Déterminer les coordonnée de E et F .
   b) Montrer que O est l'orthocentre du triangle AEF .
   c) Donner une équation de la droite Δ tangente au cercle ξ au point F .
3) Soit ξ' le cercle de centre A et tangente à la droite D .
   a) Donner une équation cartésienne de ξ' .
   b) Montrer que Δ est tangente à ξ' en un point H' .(On ne demande pas les coordonnées de H').
   c) Montrer que $AH'FH$ est un carré où H est le point de contact de ξ' avec D .