Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de contrôle n° 4** *Mathématiques*	*Niveau : 2 ème Sc1*
Date : 17 / 04 / 2018	*Prof : MEDDEB Tarek*	*Durée : 1 heure*

Exercice n°1 : (5 pts)

Soit U une suite arithmétique telle que $U_5 = 13$ et $U_{11} = 31$.

1) Calculer la raison r de cette suite.
2) Exprimer U_n en fonction de n.
3) On pose $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$.

   Montrer que pour tout $n \in IN$, $S_n = \dfrac{3n^2 - n - 4}{2}$.
4) Soit V la suite définie sur IN par : $V_n = (-2)^{U_n}$.

   Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera la raison.

Exercice n°2 : (7 pts)

Soit U la suite définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{2}{3}U_n + \dfrac{1}{3}n + 1 \text{ pour tout } n \in IN \end{cases}$.

1) $a/$ Calculer U_1 et U_2.

   $b/$ La suite U est-elle arithmétique ? géométrique ?
2) Soit V la suite définie sur IN par : $V_n = U_n - n$.

   $a/$ Montrer que V est une suite géométrique de raison $\dfrac{2}{3}$.

   $b/$ En déduire que pour tout $n \in IN$, $U_n = 2.\left(\dfrac{2}{3}\right)^n + n$.
3) On pose pour tout $n \in IN$, $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ et $S'_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$.

   $a/$ Montrer que $S_n = 6\left(1 - \left(\dfrac{2}{3}\right)^{n+1}\right)$.

   $b/$ Exprimer S'_n en fonction de n.

Exercice n°3 : (8 pts)

Soient A et B deux points du plan, I est un point du segment $[AB]$, $\mathscr{C}$ est un cercle de centre A.

M est un point de $\mathscr{C}$. (voir figure de la feuille annexe).

Soit h l'homothétie de centre I telle que $h(A) = B$

1) Construire le point M' image de M par h et le cercle $\mathscr{C}'$ image de $\mathscr{C}$ par h.

2) $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ se coupent en E et E', la droite (EI) recoupe $\mathscr{C}$ en F et $\mathscr{C}'$ en G.

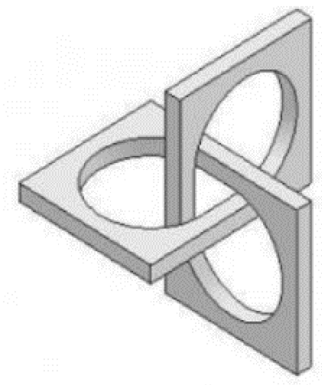
$a/$ Déterminer en justifiant $h(E)$ et $h(F)$.

$b/$ En déduire que $IE^2 = IF \times IG$.

3) Soient P et Q les points diamétralement opposés à E respectivement sur $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

$a/$ Les droites (AB) et (EE').se coupent en O. Montrer que O est le milieu de $[EE']$.

$b/$ En utilisant une homothétie convenablement choisie, montrer que les points E', P et Q sont alignés.



Bonne chance

FEUILLE ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Devoir de contrôle n°4 *(18 – 02 – 2020)*

Nom et prénom :……………………………………………………........ *Classe : 2 Sc 2*