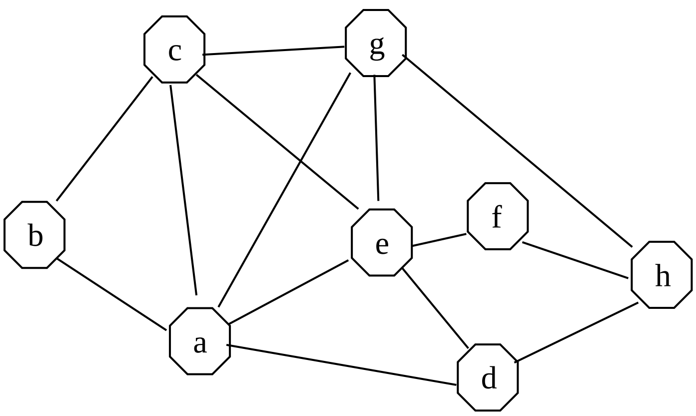
SUJET/DE REVISION /
MATHEMATIQUES / /BAC ECO/

Mr Youssef Boulila **BAC 2019**

Exercice 1
On donne G le graphe représenté ci-dessous et M sa matrice obtenue en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique. La matrice M^3 est également donnée.



$$M^3 = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 11 & 10 & 12 & 5 & 13 & 4 \\ 8 & 2 & 7 & 3 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 11 & 7 & 8 & 6 & 12 & 6 & 10 & 5 \\ 10 & 3 & 6 & 2 & 11 & 1 & 4 & 8 \\ 12 & 5 & 12 & 11 & 8 & 8 & 13 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 8 & 0 & 2 & 6 \\ 13 & 4 & 10 & 4 & 13 & 2 & 6 & 9 \\ 4 & 3 & 5 & 8 & 3 & 6 & 9 & 0 \end{pmatrix}$$

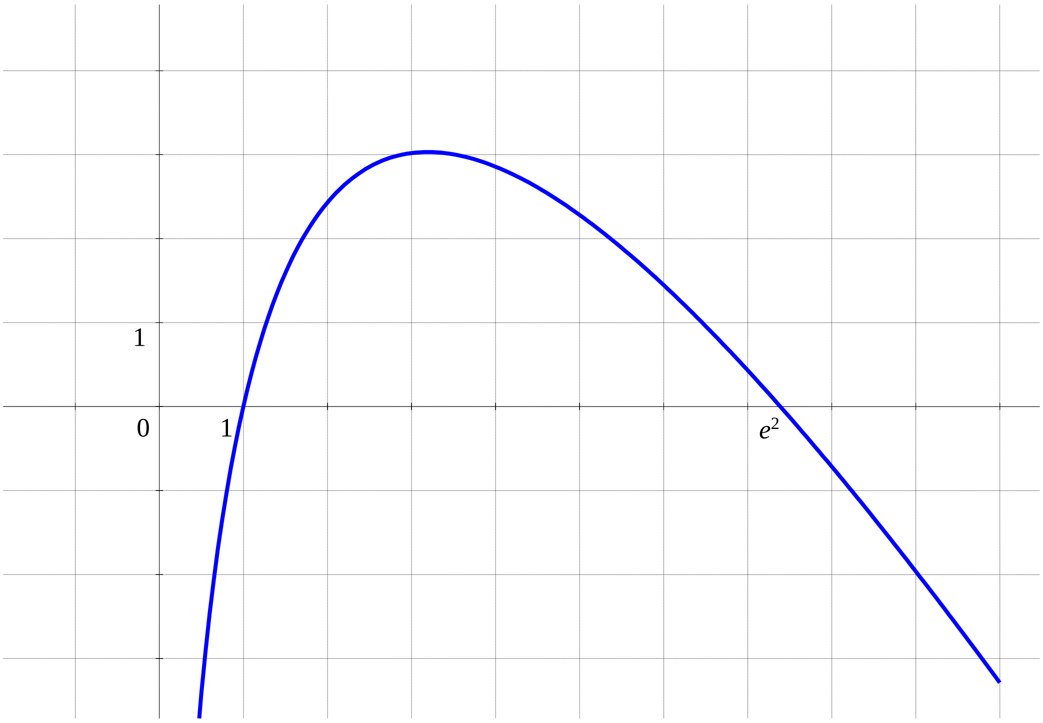
Dites, en justifiant votre réponse, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :
1) L'ordre du graphe est égal au plus grand des degrés des sommets
2) Le graphe G contient un sous-graphe complet d'ordre 3.
3) Il est possible de parcourir ce graphe en passant une fois et une seule par chaque arête.
4) Il existe au moins un chemin de longueur 3 qui relie chaque sommet à chacun des sept autres sommets du graphe.
5) Il y a 72 chemins de longueur 3 qui relient le sommet e à chacun des huit sommets du graphe.

Exercice 2

Dans une entreprise, on a modélisé le bénéfice réalisé, en milliers d'euros, pour la vente de x centaines d'appareils par la fonction f définie sur l'intervalle $]\,0\,;\;+\infty\,[$ par :

$f(x) = -2x + (e^2 - 1)\ln(x) + 2.$

La courbe représentant la fonction f est donnée ci-dessous :



1. Vérifier par le calcul que $f(1) = 0$ et $f(e^2) = 0$.

2. A l'aide du graphique, déterminer approximativement :
   a. Le nombre d'appareils que l'entreprise doit fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal et le montant de ce bénéfice :
   b. Les valeurs de x pour lesquelles le bénéfice réalisé est positif ou nul.

3. **a.** Déterminer la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$
   b. Etudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f sur $]0 ; +\infty[$
   c. En déduire le nombre d'appareils vendus par cette entreprise quand elle réalise le bénéfice maximal (le résultat sera arrondi à l'unité).

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$f(x) = 2 - x + \ln x$

où ln désigne le logarithme népérien.

Soit C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 1 cm).

1) Déterminer la limite de f lorsque x tend vers $+\infty$ en remarquant que

$$f(x) = x\left(\frac{2}{x} - 1 + \frac{\ln x}{x}\right)$$

2) a) Déterminer la limite de f lorsque x tend vers 0.

b) En déduire que la courbe C admet une asymptote que l'on précisera.

3) Calculer la dérivée $f'(x)$, étudier son signe et dresser le tableau de variation de f.

4) Déterminer une équation de la tangente T à C en son point d'abscisse 2.

5) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution et une seule sur l'intervalle $[3 ; 4]$.

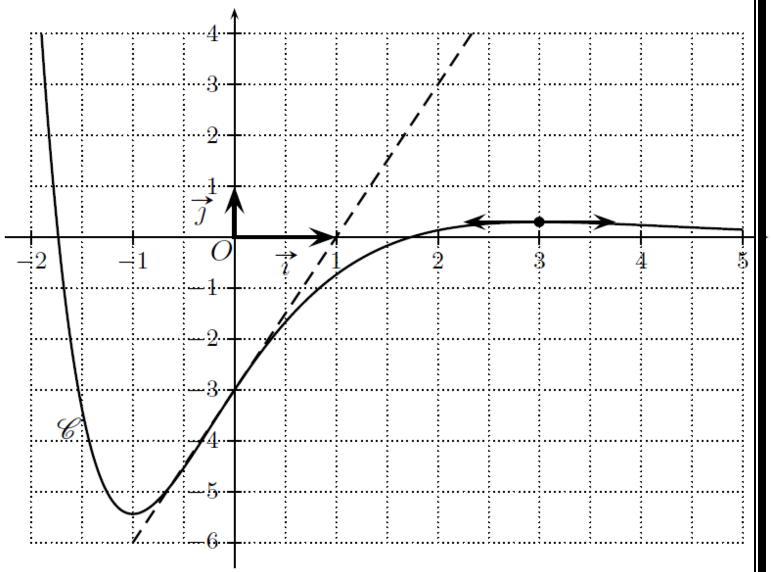
6) Tracer T et C dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 4

Partie A

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

On désigne par f la fonction définie sur ρ dont on donne la courbe représentative, notée C, ci-dessous.



1) Lire sur le graphique $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(3)$.

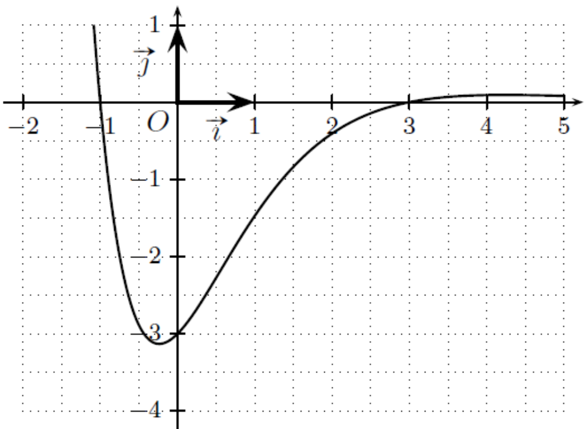
2) Parmi les quatre courbes données ci-contre se trouve celle de la fonction f', fonction dérivée de f.

La retrouver en donnant un argument validant votre réponse.

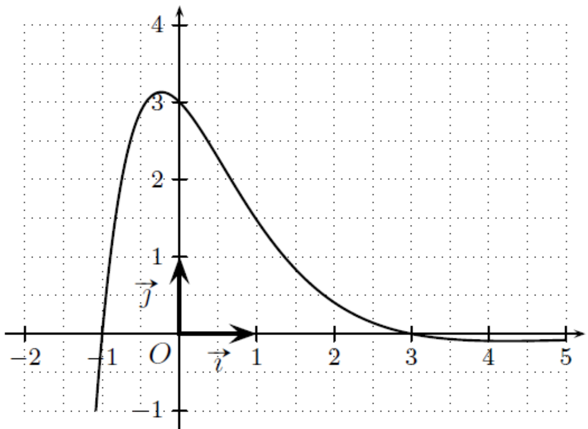
3) On admet que la fonction f est définie par $f(x) = (x^2 + a)e^{bx}$ où a et b sont deux réels.

a) Exprimer $f'(x)$ en fonction de x, a et b.

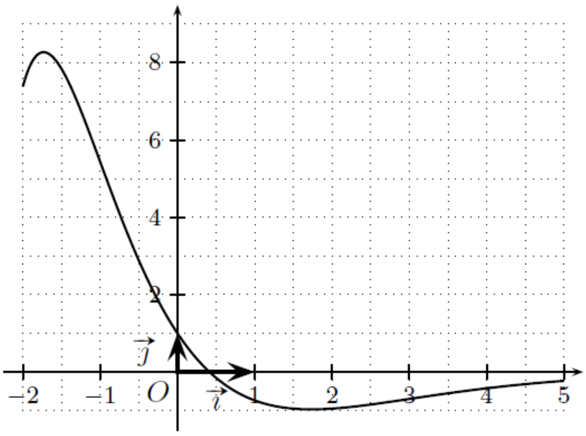
b) A l'aide des valeurs de $f(0)$ et $f'(0)$ obtenues à la question 1, calculer a et b.



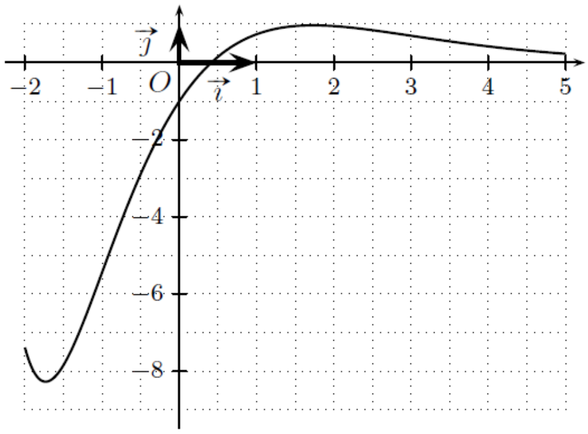
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



Courbe 4

Partie B

Dans la suite de l'exercice, on admet que f est définie sur ρ par $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$.

1) Déterminer la limite de f en $-\infty$.

2) En remarquant que $f(x) =$ **Error!** $-$ **Error!**, déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

3) Justifier que le signe de $f'(x)$ est donné par celui de $(-x^2 + 2x + 3)$.

4) Résoudre algébriquement l'équation $-x^2 + 2x + 3 = 0$ puis dresser le tableau de signes sur ρ de $(-x^2 + 2x + 3)$.
5) Etudier soigneusement les variations de f puis dresser son tableau de variations complet.
6) L'étude des variations de f réalisée dans la question 5 permet d'affirmer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution réelle notée α.
a) Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.
b) Prouver que le réel α est également solution de l'équation ln**Error!** = x.

Exercice 5

Un joueur lance une bille qui part de *A* puis emprunte obligatoirement une des branches indiquées sur l'arbre ci-dessous pour arriver à l'un des points *D*, *E*, *F* et *G*.
On a marqué sur chaque branche de l'arbre la probabilité pour que la bille l'emprunte après être passé par un nœud.
Les nombres entre parenthèses indiquent les points gagnés par le joueur lors du passage de la bille. On note *X* la variable aléatoire qui correspond au nombre total de points gagnés à l'issue d'une partie c'est-à-dire une fois la bille arrivée en *D*, *E*, *F* ou *G*.
Dans cette question, les résultats sont attendus sous forme fractionnaire.
1) Déterminer la loi de probabilité de *X*.
2) Calculer l'espérance de *X*.
3) Calculer la probabilité que la bille ait suivi la branche *AC* sachant que le joueur a obtenu exactement 10 points.