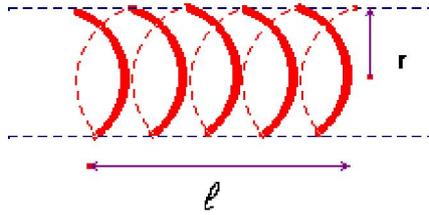


I- La bobine.

- Une bobine est constituée d'un enroulement de fil conducteur, recouvert d'un vernis isolant, sur un cylindre de rayon r .

- On désigne par ℓ la longueur de l'enroulement et par r le rayon d'une spire :



- Si L est petit devant r , la bobine est plate.

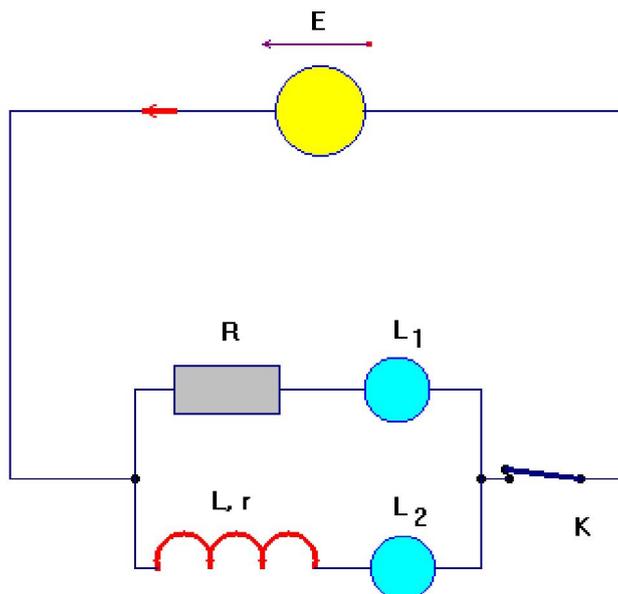
- Si L est voisin de r la bobine est appelée : solénoïde.

- Si L est plus grand que $10 r$, le solénoïde est dit infini..

II- Influence d'une bobine dans un circuit. (TP Physique N° 08)

- Expérience : Retard à l'établissement du courant.

- Montage 1 :



- Observations : La lampe L_2 s'allume avec un retard sur la lampe L_1 .

- Il se produit un retard à l'établissement du courant dans la portion de circuit qui comporte la bobine.

- Une bobine s'oppose transitoirement à l'établissement du courant dans un circuit.

- En régime permanent, la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r .

III- Caractéristiques d'une bobine.

1)- L'inductance d'une bobine.

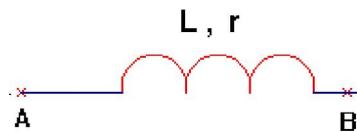
- Une bobine est un dipôle, de bornes **A** et **B**, caractérisé par son inductance **L** exprimée en henry (symbole H).
- On utilise souvent le millihenry (mH).
- L'inductance **L** de la bobine est une constante positive qui ne dépend que des caractéristiques géométriques de la bobine

$$- \mathbf{L} = \mu_0 \cdot \frac{\mathbf{N}^2}{\ell} \cdot \mathbf{S} \text{ pour une bobine de longueur } \ell, \text{ qui possède } \mathbf{N} \text{ spires de surface } \mathbf{S}.$$

2)- Résistance d'une bobine.

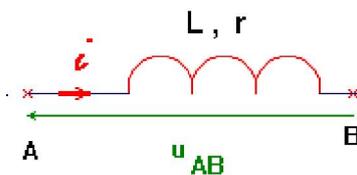
- En régime permanent, la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance **r**.
- Une bobine est aussi caractérisée par sa résistance **r** qui s'exprime en ohm (Ω).

3)- Représentation symbolique d'une bobine.



4)- Expression de la tension aux bornes d'une bobine.

- Une bobine est caractérisée par son inductance **L** et sa résistance **r**.
- La bobine étant orientée de **A** vers **B**, la tension **u_{AB}** aux bornes de la bobine est donnée par la relation :



Tension aux bornes d'une bobine : **u_{AB}** tension en volt (V)

$$\mathbf{u}_{AB} = \mathbf{L} \cdot \frac{\mathbf{di}}{\mathbf{dt}} + \mathbf{r} \cdot \mathbf{i} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{I} \text{ intensité en ampère (A)} \\ \mathbf{r} \text{ résistance en ohm } (\Omega) \\ \mathbf{L} \text{ inductance en henry (H)} \end{array} \right.$$

- Remarque : cas d'une bobine idéale (**r = 0**)

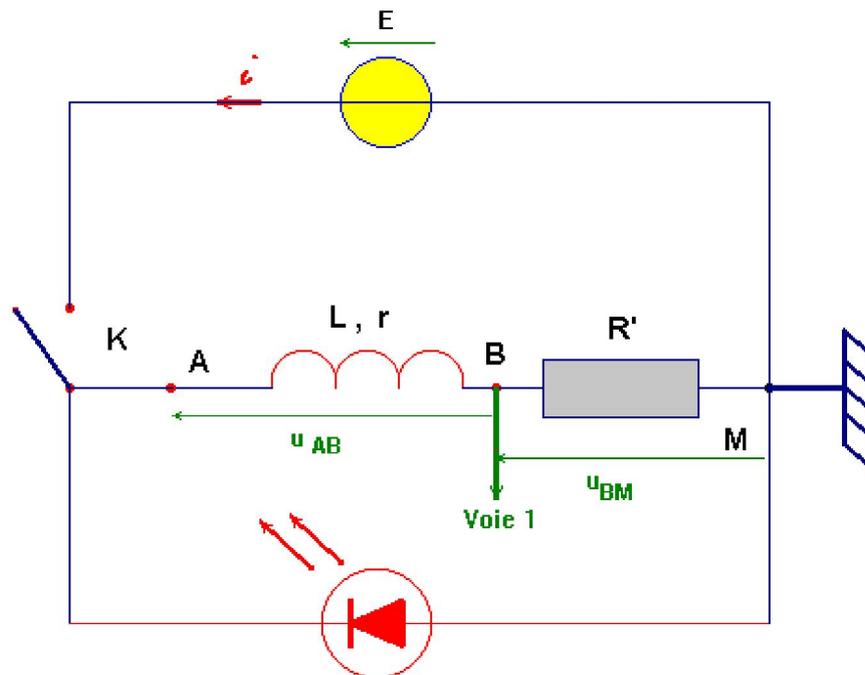
$$\mathbf{u}_{AB} = \mathbf{L} \cdot \frac{\mathbf{di}}{\mathbf{dt}}$$

- On peut aussi utiliser cette écriture si **r << R** (résistance du circuit).

IV- Établissement du courant dans une bobine. (TP Physique N° 08).

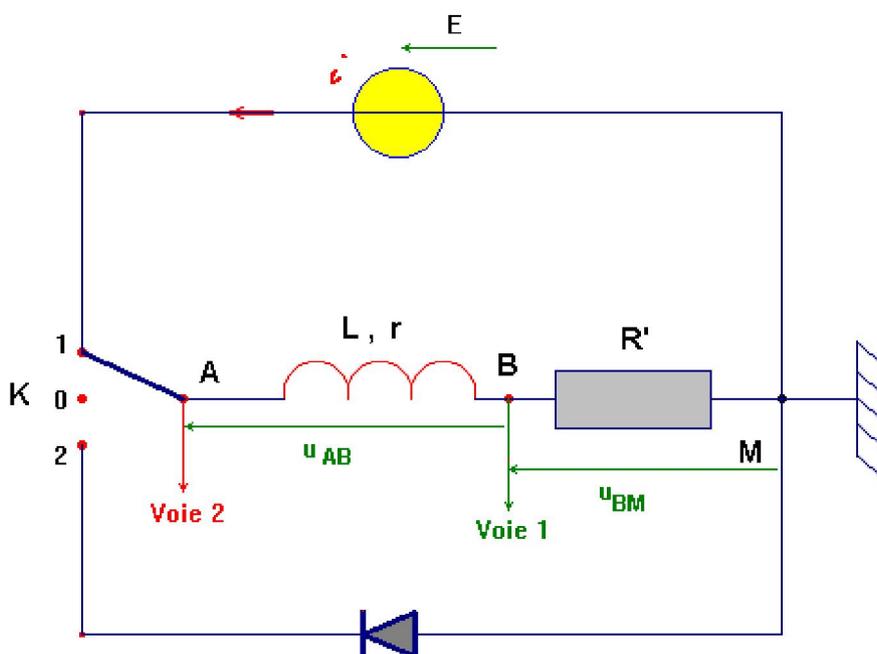
1)- Étude expérimentale : Réponse à un échelon de tension.

- Montage 2 : réponse d'une bobine à un échelon de tension.



- Il comprend : Un générateur idéal de tension $E = 3,2 \text{ V}$; un conducteur ohmique de résistance $R' = 18 \Omega$, une bobine d'inductance L et de résistance $r = 8,8 \Omega$ et un interrupteur K .

- Au temps $t = 0 \text{ s}$, on ferme l'interrupteur en le basculant sur la position 1.



- Que visualise-t-on à la **voie 1** de la carte CANDIBUS ?

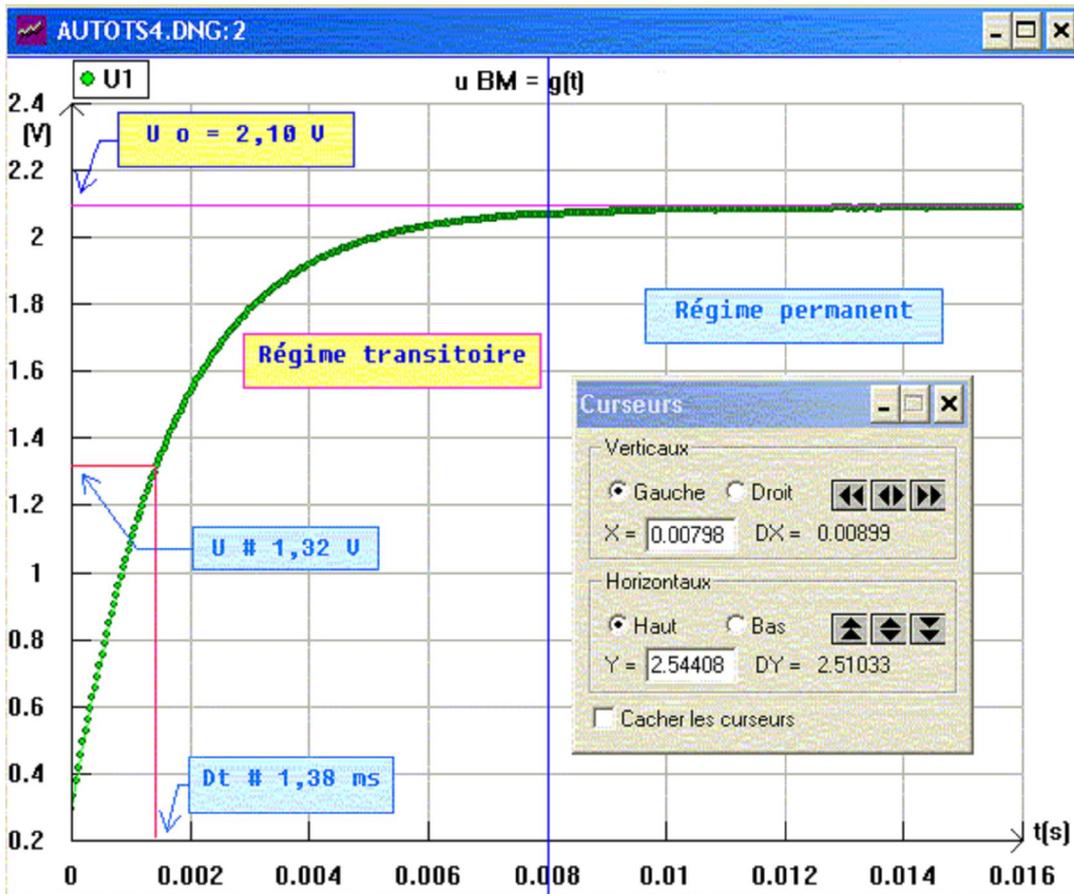
- On visualise les variations de la tension aux bornes du conducteur ohmique, c'est-à-dire la tension u_{BM} .

Si l'on considère au temps t , le courant circule dans le sens positif choisi :

- Si l'on considère qu'au temps t , le courant circule dans le sens positif choisi,

$$u_{BM} = R' \cdot i \quad \text{et} \quad i = \frac{1}{R'} \cdot u_{BM}$$

- On visualise les variations de l'intensité en fonction du temps, ceci à une constante près.



- Observations : On pose : $R = r + R'$

- La tension aux bornes du dipôle (R, L) passe brutalement de la valeur à la valeur $E = 3,2 \text{ V}$.

- L'intensité traversant le circuit est nulle juste après la fermeture de l'interrupteur K , puis elle augmente progressivement jusqu'à atteindre une valeur maximale et reste constante.

- Le courant met environ la durée $\Delta t \gg 8,0 \text{ ms}$ pour s'établir.

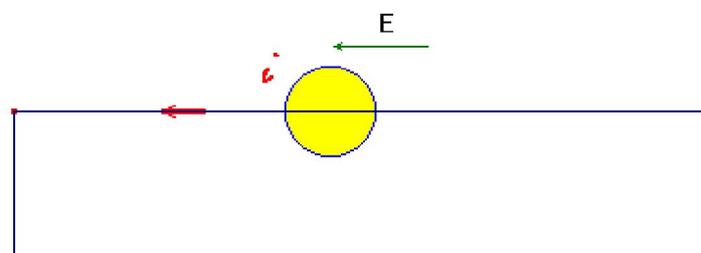
- Premier temps : t

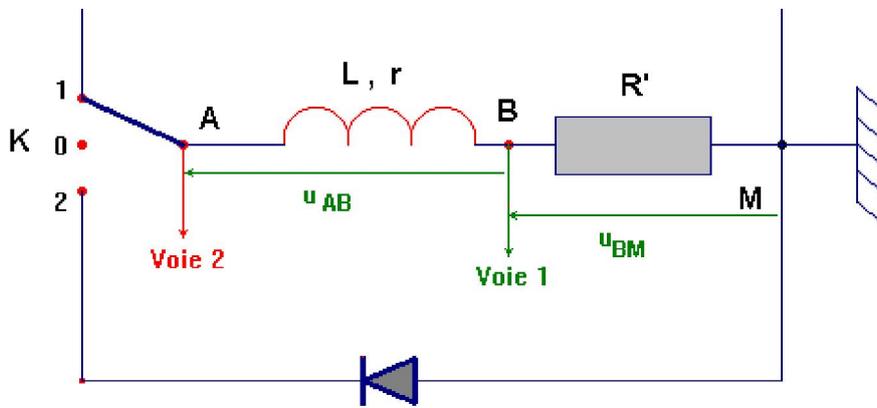
- $t \in [t_0, t_0 + \Delta t]$: régime transitoire, établissement du courant dans la bobine.

- $t \in [t_0 + \Delta t, t_1]$: régime permanent, le courant est établi.

- La bobine s'oppose à l'établissement du courant dans le circuit.

2)- Équation différentielle vérifiée par l'intensité i .





- On ferme l'interrupteur. On oriente le circuit et on étudie le dipôle (R, L).
- La loi d'additivité des tensions dans le circuit série permet d'écrire :

$$E = u_{AB} + u_{BM}$$

$$E = \left(L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i \right) + R' \cdot i$$

- En ordonnant, on peut écrire :

$$E = L \cdot \frac{di}{dt} + (r + R') \cdot i$$

En posant $R = r + R'$

$$E = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i \quad (1)$$

- On reconnaît une équation différentielle du premier ordre avec deuxième membre qui admet une solution du type :

$$- i(t) = A \cdot e^{kt} + B \text{ où } A, B \text{ et } k \text{ sont des constantes.}$$

3)- Détermination des constantes.

- On détermine les constantes à l'aide des conditions initiales et des paramètres du circuit.
- Première étape : on reporte l'expression de la solution dans l'équation (1).

$$E = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i \quad (1) \quad ; \quad i(t) = A \cdot e^{kt} + B \text{ et } \frac{di}{dt} = A \cdot k \cdot e^{kt}$$

$$E = L \cdot A \cdot k \cdot e^{kt} + R \cdot (A \cdot e^{kt} + B)$$

$$E = L \cdot A \cdot k \cdot e^{kt} + R \cdot A \cdot e^{kt} + R \cdot B$$

$$E = (L \cdot A \cdot k + R \cdot A) \cdot e^{kt} + R \cdot B \quad (2)$$

- La relation (2) est vérifiée à chaque instant.
- Or $E = c^{te}$, $R \cdot B = c^{te}$ et t et par conséquent e^{kt} varient au cours du temps.
- Il faut nécessairement que :

$$\begin{cases} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{k} + \mathbf{R}) \cdot \mathbf{A} = 0 \\ \mathbf{E} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{B} \end{cases} \quad \mathbf{P} \quad \begin{cases} \mathbf{k} = -\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}} \\ \mathbf{E} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{B} \end{cases}$$

La solution $\mathbf{A} = 0$ n'a pas de signification physique

- Conditions initiales : au temps $t = 0$ s, l'intensité dans le circuit est nulle : $i(0) = 0$.

- On déduit de ceci que :

$$i(0) = \mathbf{A} \cdot e^{\mathbf{k} \cdot 0} + \mathbf{B} = 0 \quad \mathbf{P} \quad \mathbf{A} + \mathbf{B} = 0 \quad \mathbf{P} \quad \mathbf{A} = -\mathbf{B} = -\frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}}$$

- Relation donnant l'intensité traversant le dipôle (\mathbf{R}, \mathbf{L}) soumis à un échelon de tension \mathbf{E} :

$$\begin{aligned} i(t) &= \mathbf{A} \cdot e^{\mathbf{k}t} + \mathbf{B} \\ i(t) &= -\frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}} \cdot e^{-\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}t} + \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}} \\ i(t) &= \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}} \left(1 - e^{-\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}t} \right) \end{aligned}$$

- Expression de la tension aux bornes de la bobine en fonction du temps.

- On peut en déduire l'expression de la tension aux bornes de la bobine :

$$\begin{aligned} u_{AB} &= \mathbf{L} \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i \\ u_{AB} &= \mathbf{L} \cdot \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}} \cdot \left(\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}} e^{-\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}t} \right) + r \cdot \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}t} \right) \\ u_{AB} &= \mathbf{E} \cdot e^{-\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}t} + r \cdot \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}} - r \cdot \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}} \cdot e^{-\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}t} \\ u_{AB} &= \mathbf{E} \cdot e^{-\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}t} \cdot \left(1 - \frac{r}{\mathbf{R}} \right) + r \cdot \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}} \end{aligned}$$

- étude de la relation : $u_{AB} = \mathbf{E} \cdot \left(1 - \frac{r}{\mathbf{R}} \right) \cdot e^{-\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{L}}t} + r \cdot \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}}$

- Quelle est la valeur de la tension aux bornes de la bobine au temps $t = 0$ s ?

- $u_{AB} = \mathbf{E}$.

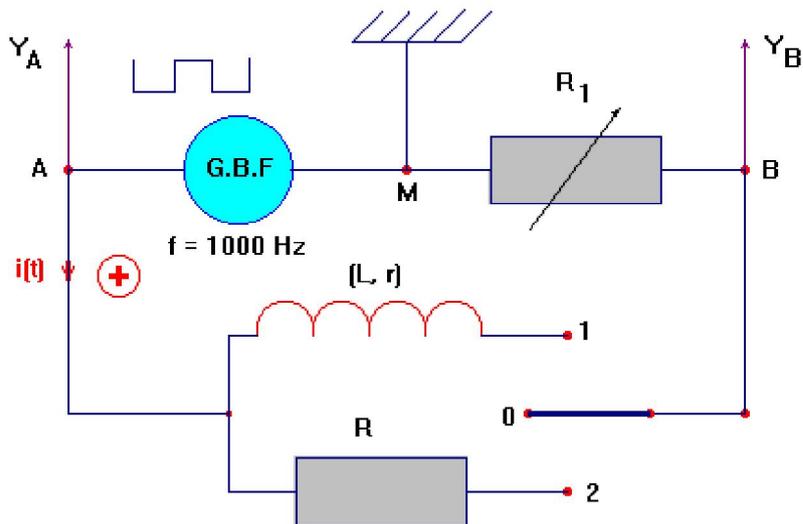
- Quelle est la valeur de l'intensité dans le circuit lorsque t tend vers l'infini ?

$$i(\infty) = \mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}}$$

V- Rupture du courant dans un circuit.

1)- Expériences.

- Montage 1 : visualisation du phénomène à l'oscilloscope.
- Il comprend :
 - Un **G.B.F** qui délivre une tension carrée $f = 1000 \text{ Hz}$
 - Un conducteur ohmique de résistance R_1 réglable de 0 à 500 Ω .
 - Une bobine d'inductance $L = 20 \text{ mH}$ et de résistance $r = 20 \Omega$.
 - Un conducteur ohmique de résistance $R = 18 \Omega$.

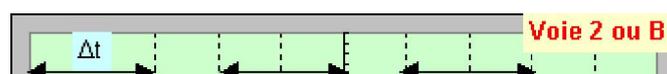


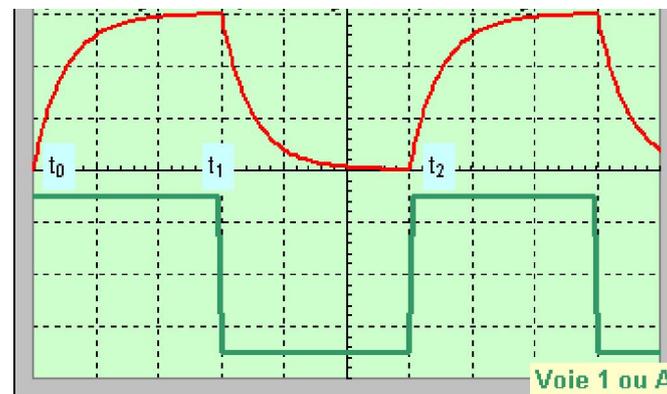
- Que visualise-t-on à la **voie A** de l'oscilloscope ?
- On visualise les variations de la tension aux bornes du **G.B.F**, c'est-à-dire la tension u_{AM} .
- Que visualise-t-on à la **voie B** de l'oscilloscope ?
- On visualise les variations de la tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance R_1 , c'est-à-dire la tension u_{BM} .
- Si l'on considère qu'au temps t , le courant circule dans le sens positif choisi

$$u_{BM} = R_1 \cdot i \quad \text{D} \quad i = \frac{1}{R_1} \cdot u_{BM}$$

- On visualise les variations de l'intensité en fonction du temps, ceci à une constante près.
- Observations : la courbe qui apparaît à la voie **B**, ne suit pas exactement les variations de celle qui apparaît à la voie **A**.
- Il y a un retard à l'établissement et à l'annulation du courant dans le circuit

2)- Interprétation.





- Premier temps :

- $t \hat{I} [t_0, t_0 + \Delta t]$: régime transitoire, établissement du courant dans la bobine.

- $t \hat{I} [t_0 + \Delta t, t_1]$: régime permanent, le courant est établi.

- La bobine s'oppose à l'établissement du courant dans le circuit.

- Deuxième temps :

- $t \hat{I} [t_1, t_1 + \Delta t]$: régime transitoire, établissement du courant dans la bobine.

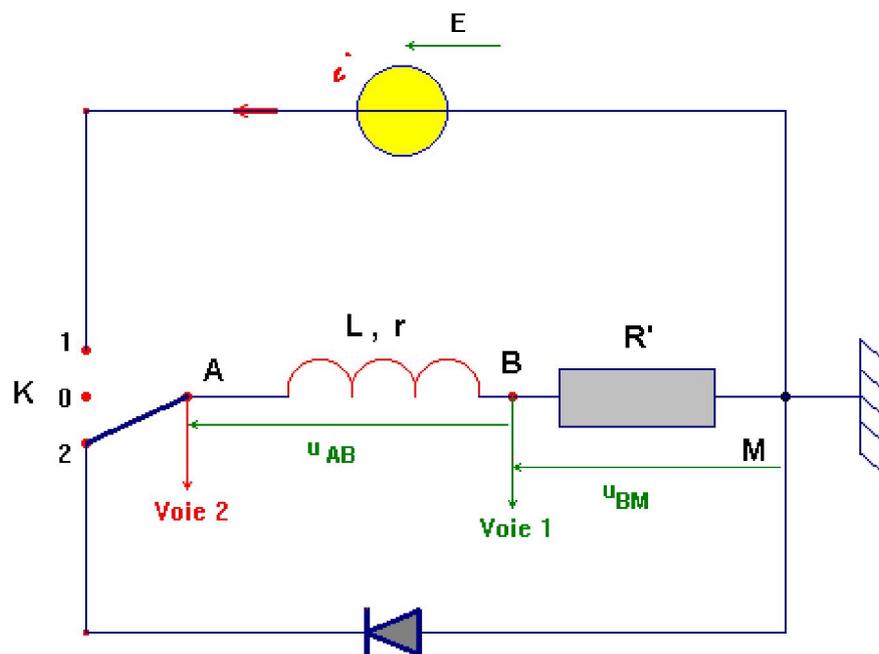
- $t \hat{I} [t_1 + \Delta t, t_2]$: régime permanent, le courant est établi.

- La bobine s'oppose à l'annulation du courant dans le circuit.

- La bobine s'oppose à la diminution de l'intensité du courant électrique dans le circuit.

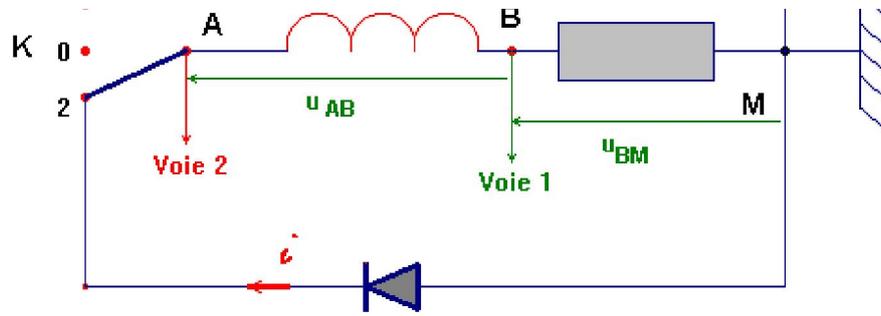
3)- Équation différentielle vérifiée par l'intensité i lors de l'ouverture du circuit.

- L'interrupteur étant sur la position 1, on le bascule sur la position 2.



- On oriente la partie du circuit qui nous intéresse :





- D'après la loi d'additivité des tensions dans un circuit série, on a l'égalité :

$$u_{AB} + u_{BM} = 0$$

$$E = \left(L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i \right) + R' \cdot i = 0$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + (r + R') \cdot i = 0$$

En posant $R = r + R'$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = 0 \quad (1)$$

- On reconnaît une équation différentielle du premier ordre en i sans deuxième membre.
- Elle admet une solution du type : $i(t) = A \cdot e^{kt} + B$ où A , B et k sont des constantes.
- On détermine les constantes à l'aide des conditions initiales et des paramètres du circuit.
- Il découle de la relation que :

$$0 = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i \quad (1) \quad ; \quad i(t) = A \cdot e^{kt} + B \quad \text{et} \quad \frac{di}{dt} = A \cdot k \cdot e^{kt}$$

$$0 = L \cdot A \cdot k \cdot e^{kt} + R \cdot (A \cdot e^{kt} + B)$$

$$0 = L \cdot A \cdot k \cdot e^{kt} + R \cdot A \cdot e^{kt} + R \cdot B$$

$$0 = (L \cdot A \cdot k + R \cdot A) \cdot e^{kt} + R \cdot B \quad (2)$$

- Il faut nécessairement que :

$$\begin{cases} (L \cdot k + R) \cdot A = 0 \\ 0 = R \cdot B \end{cases} \quad \text{P} \quad \begin{cases} k = -\frac{R}{L} \\ B = 0 \end{cases}$$

La solution $A = 0$ n'a pas de signification physique

- Condition initiale : au temps $t = 0$ s, L'interrupteur est en position 1.
- Le courant est établi est l'intensité dans le circuit est donnée par la relation :

$$i(0) = \frac{E}{R}$$

- On déduit de ceci que :

$$i(0) = A \cdot e^{k \cdot 0} + B = \frac{E}{R} \quad \text{et} \quad A + B = \frac{E}{R} \quad \text{et} \quad A = \frac{E}{R}$$

- L'intensité du courant électrique i traversant le dipôle (R , L) a pour expression :

$$i(t) = A \cdot e^{kt} + B$$

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + 0$$

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

- Remarque : lorsque t tend vers l'infini, alors $i(t)$ tend vers zéro.

- Le courant électrique ne s'annule pas brusquement à l'ouverture du circuit.

- La bobine s'oppose à la diminution de l'intensité du courant électrique dans le circuit.

- De façon générale, une bobine s'oppose aux variations de l'intensité du courant électrique dans un circuit.

- **Expression de la tension aux bornes de la bobine en fonction du temps.**

- On peut en déduire l'expression de la tension aux bornes de la bobine :

$$u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$$

$$u_{AB} = -L \cdot \frac{E}{R} \cdot \frac{R}{L} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + r \cdot \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_{AB} = -E \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + r \cdot \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_{AB} = E \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \cdot \left(\frac{r}{R} - 1 \right)$$

- En utilisant le fait que : $R = r + R'$:

$$u_{AB} = E \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \cdot \left(\frac{r}{R} - 1 \right)$$

$$u_{AB} = E \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \cdot \left(\frac{R - R'}{R} - 1 \right)$$

$$u_{AB} = E \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \cdot \left(1 - \frac{R'}{R} - 1\right)$$

$$u_{AB} = -E \cdot \frac{R'}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

- Quelle est la valeur de la tension aux bornes de la bobine au temps $t = 0$ s ?

$$u_{AB}(0) = -E \cdot \frac{R'}{R} < 0, \text{ elle est négative.}$$

- La bobine se comporte comme un générateur de f.é.m $-E \cdot \frac{R'}{R}$.

- Quelle est la valeur de l'intensité dans le circuit lorsque $t = 0$ s ?

$$i(0) = I = \frac{E}{R}$$

- Lorsque le temps t tend vers l'infini, $i(\infty) = 0$ et $u_{AB}(\infty) = 0$.

- L'intensité dans le circuit ne subit pas de discontinuité.



VI- Constante de temps du circuit.

1)- Expression de la constante de temps τ .

- La durée de l'établissement ou de l'annulation du courant dans un circuit (R, L) dépend de la résistance R et de l'inductance L du circuit.

- On appelle constante de temps du circuit (R, L), la valeur :

$$\tau = \frac{L}{R}$$

- τ constante de temps : seconde s.

- R résistance du circuit ohm W.

- L inductance du circuit : henry H.

- Lors de l'établissement du courant, l'expression de l'intensité du courant électrique dans le circuit est donnée par l'expression :

$$i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

- Lors de l'annulation du courant électrique dans le circuit :

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

R

2)- Analyse dimensionnelle :

$$- \mathbf{U} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{I} \Rightarrow [\mathbf{R}] = \frac{\left(\frac{\text{V}}{\text{A}}\right)}{\text{(A)}} \quad (1)$$

- D'autre part de la relation : $\mathbf{u}_{AB} = \mathbf{L} \cdot \frac{d\mathbf{i}}{dt} + \mathbf{r} \cdot \mathbf{i}$, on tire que :

$$- \left(\frac{\text{V}}{\text{s}}\right) = [\mathbf{L}] \cdot \frac{\left(\frac{\text{A}}{\text{s}}\right)}{\left(\frac{\text{s}}{\text{s}}\right)} \Rightarrow [\mathbf{L}] = \frac{\left(\frac{\text{V}}{\text{s}}\right) \cdot (\text{s})}{\left(\frac{\text{A}}{\text{s}}\right)} \quad (2)$$

$$- \text{En combinant (1) et (2)} : \frac{[\mathbf{L}]}{[\mathbf{R}]} = \frac{\left(\frac{\text{V}}{\text{s}}\right) \cdot (\text{s}) \cdot (\text{A})}{\left(\frac{\text{A}}{\text{s}}\right) \cdot (\text{V})} \Rightarrow \frac{[\mathbf{L}]}{[\mathbf{R}]} = (\text{s})$$

- Le rapport $\frac{\mathbf{L}}{\mathbf{R}}$ a la dimension d'un temps. Il s'exprime en seconde dans le S.I.

3)- Détermination de la constante de temps τ .

- Pour déterminer graphiquement la valeur de τ , on trace la tangente à l'origine à la courbe $\mathbf{i} = f(\mathbf{t})$ et l'asymptote horizontale à cette courbe.

- L'abscisse du point d'intersection de ces deux droites donne la valeur de la constante de temps τ .

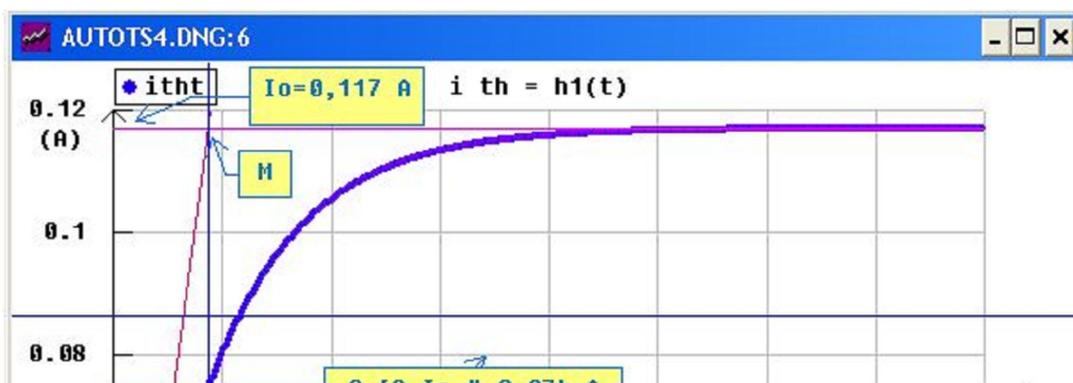
$$\mathbf{E} = \left(\mathbf{L} \cdot \frac{d\mathbf{i}}{dt} + \mathbf{r} \cdot \mathbf{i} \right) + \mathbf{R}' \cdot \mathbf{i} = \mathbf{L} \cdot \frac{d\mathbf{i}}{dt} + (\mathbf{r} + \mathbf{R}') \cdot \mathbf{i} = \mathbf{L} \cdot \frac{d\mathbf{i}}{dt} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}$$

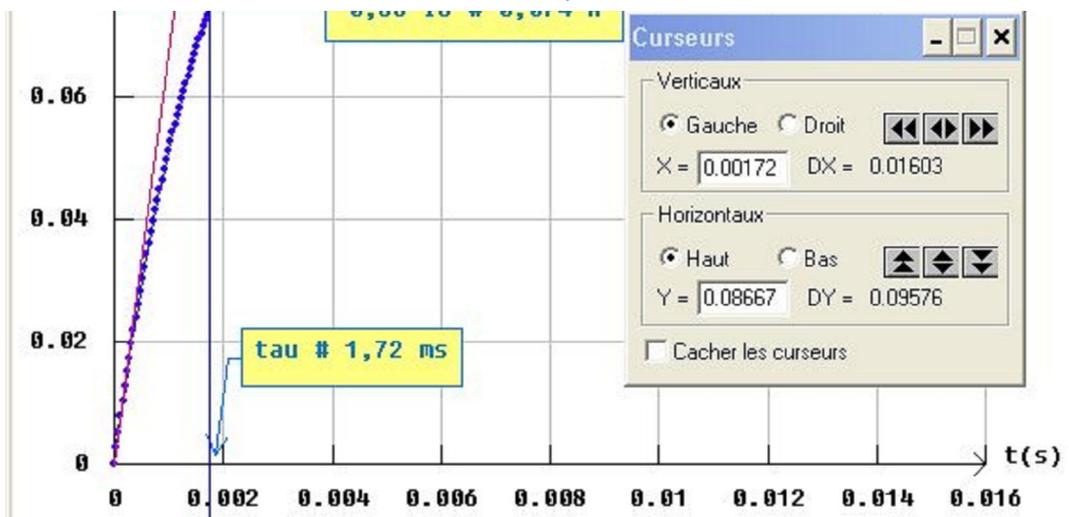
$$\text{Au temps } \mathbf{t} = 0, \mathbf{i} = 0 \text{ et } \mathbf{E} = \mathbf{L} \cdot \left[\frac{d\mathbf{i}}{dt} \right]_{\mathbf{t} = 0}$$

$$\left[\frac{d\mathbf{i}}{dt} \right]_{\mathbf{t} = 0} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{L}} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R} \cdot \tau}$$

$$\text{En posant : } \mathbf{I}_0 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}}$$

$$\left[\frac{d\mathbf{i}}{dt} \right]_{\mathbf{t} = 0} = \frac{\mathbf{I}_0}{\tau}$$





$$i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

- D'après la relation :

- Pour $t = \tau$: $i(\tau) \approx \frac{63}{100} \cdot \frac{E}{R}$

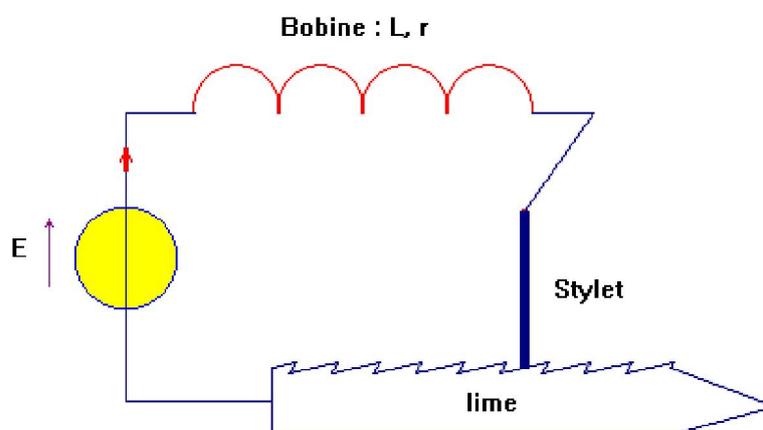
- Pour $t = 5\tau$: $i(5\tau) = \frac{99}{100} \cdot \frac{E}{R}$



VII- Énergie emmagasinée dans une bobine.

1)- Expériences : Étincelle de rupture moteur avec bobine et noyau de fer doux.

- Montage :



- Les étincelles de rupture montrent que l'énergie emmagasinée dans la bobine est libérée brutalement lors de l'ouverture du circuit.

- L'étincelle correspond à la conduction de l'air. Si le stylet est distant de 0,1 mm, alors : $|e| \gg 300 \text{ V}$ et le champ électrique $E \gg 300000 \text{ V/m}$, potentiel disruptif de l'air sec.

2)- Expression de l'énergie emmagasinée dans une bobine.

- Une bobine d'inductance L , traversée par un courant d'intensité i , emmagasine de l'énergie. C'est de l'énergie magnétique que l'on note E_m ou W_L .

	E_m énergie en joule (J)
$E_m = W_L = \frac{1}{2} L \cdot i^2$	L inductance en henry (H)
	I intensité en ampère (A)

- L'intensité du courant électrique dans un circuit comportant une bobine ne subit pas de discontinuité.
- Le courant s'établit de façon progressive et s'annule de la même façon.
- L'intensité du courant électrique ne peut pas passer de façon instantanée de la valeur zéro à la valeur I .