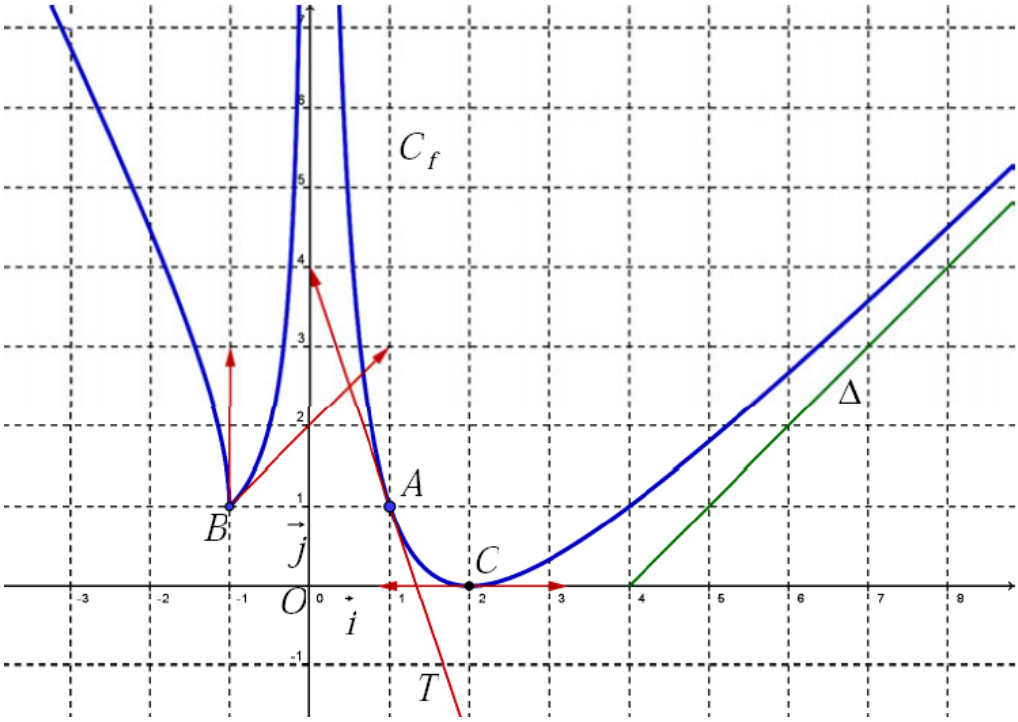
Afli Ahmed	Devoir de Synthèse n°1	Lycée I.K. Jemmel
3MATH		05/01/2017

Exercice 1 : (4,5 points)

Sur le graphique ci-dessous, on tracé dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ la courbe (C_f) d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$.

- La droite $\Delta: y = x - 4$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $+\infty$
- L'axe des ordonnées est une asymptote à (C_f).
- La droite T est la tangente à (C_f) au point A(1;1)



Par une lecture graphique :

1.)a. Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - x + 4]$

b. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2017}{f(x)-x+4}$ et $\lim\limits_{x\to0} f(x)$

2.) Déterminer f ’(2) et f ’(1).

3.) Ecrire une équation de la tangente T.

4.) a. Déterminer $f'_d(-1)$.

b. f est-elle dérivable à gauche en -1 ? Justifier

c. Déterminer $\lim\limits_{x\to(-1)^-} \dfrac{f(x)-1}{x+1}$

5.). Calculer $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x-1}{f^2(x)+2f(x)-3}$

$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x+2}{f(x)+x}$

Exercice 2 : (6 points)

Soit f la fonction definie sur [-2 ;+∞[par : $\begin{cases} \sqrt{4-x^2} & \text{si } x \in [-2;2] \\ \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} - x + m & \text{si } x \in]2;+\infty[\end{cases}$ où m est un parametre reel

1.)Déterminer m pour que f soit continue en 2.

Dans la suite de l'exercice , on prend m = 2

2.)a.Etudier la derivabilité de f à droite en (-2).Interpreter graphiquement le resultat.

b. Etudier la derivabilité de f à droite en 2.Interpreter graphiquement le resultat.

3.)Montrer que la droite $\Delta: y = -x + 3$ est une asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$.

4.)a.Montrer que pour tout réel a $\in]-2;2[$, f est dérivable en a et $f'(a) = \frac{-a}{\sqrt{4-a^2}}$

b.Ecrire une équation de la tangente T_0 à C_f au point d'abscisse 0.

5.)Montrer qu'il existe un seul point $M(x_0; f(x_0))$ tel que la tangente à C_f est parallèle à D : y = x + 2 et $x_0 \in]-2;2[$.

Exercice 3 : (5,5 points)

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixe respectives $a = 2+2i\sqrt{3}$ et $b = -2\sqrt{3}+2i$.

1.) a. Ecrire a et b sous forme trigonométrique.

b. Représenter les points A et B.

2.) a. Montrer que OA = OB.

b. Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$.

c. En déduire que B est l'image de A par une rotation que l'on précisera.

3.) On pose z = a + b et on désigne par K le point d'affixe z.

a. Montrer que OAKB est un carré.

b. Déterminer le module et un argument de z.

c. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$

4.) Déterminer et construire l'ensembles suivant : E = { M(z) $\in$P tel que $|z - 2 - 2i\sqrt{3}| = 2$ }

Exercice 4 : (4 points)

Dans le plan orienté dans le sens direct, on donne ACD un triangle rectangle tel que $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On désigne par I le milieu de [CD] et B le point du segment [AC] tel que BC = AD

1.) Montrer qu'il existe une unique rotation R qui transforme A en B et D en C. Donner son angle.

2.) Sur l'annexe ci-jointe à la page 3, construire le centre O de R.

3.) a. Placer le point D' symétrique de D par rapport à O.

b. Déterminer R((DC)) et R((OC)).en déduire R(C).

c. En déduire que I'= R(I) est le milieu du segment [CD'].Placer le point I'.

Annexe à compléter et à rendre avec la copie

Exercice 4 :