

## DEVOIR DE CONTROLE N1

Lycée Thelepte  
Novembre 2011  
Durée : 2 heures

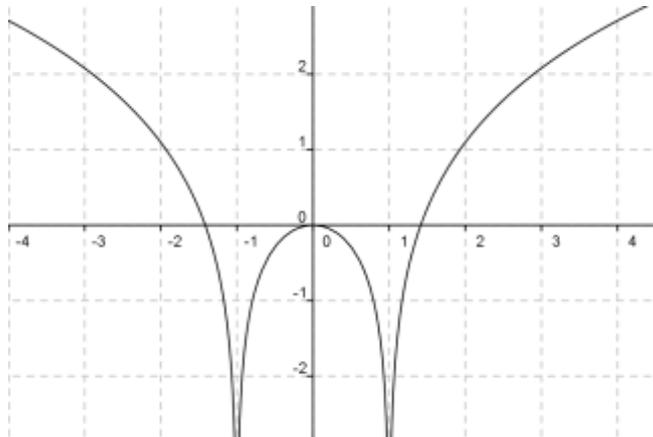
Niveau : 4<sup>ème</sup> Sciences experimentales  
Epreuve : Mathématiques  
Prof : Mhamdi Abderrazek

### Exercice n°1 : (4 points)

Répondre par vrai ou faux :

- 1) Toute suite bornée est convergente
- 2) La suite (U) définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $u_n = \frac{\sqrt{n^2+2n+3}}{n}$  est convergente
- 3) La suite (V) définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $v_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$  converge vers 0
- 4) Si les suites  $(u_{2n})$  et  $(u_{2n+1})$  sont convergentes alors la suite  $(u_n)$  est convergente

### Exercice n°2 : (5 points)



La courbe ci-dessus représente une fonction  $f$  dérivable sur son ensemble de définition  $D_f$  dont les droites d'équations :  $x=-1$  et  $x=1$  sont deux asymptotes.

Par une lecture graphique :

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$
- 3) Déterminer  $f(0)$  et  $f'(0)$
- 4) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $D_f$

**Exercice n°3 :**(5 points)

Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x)=2x-1-\sin(x)$

1)a) Montrer que  $2x-2 \leq g(x) \leq 2x \forall x \in \mathbb{R}$

b) En déduire les limites de  $g$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$

c) Dresser le tableau de variation de  $g$

2)a) Montrer que l'équation  $g(x)=0$  admet dans  $\mathbb{R}$  une unique solution  $\alpha$

b) Vérifier que  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

c) Déterminer le signe de  $g(x)$

**Exercice n°4 :**(6 points)

1) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2-2z+2=0$

2) Le plan complexe étant rapportée a un repère orthonormé  $(o ; \vec{u} ; \vec{v} )$

On considère les points A et B d'affixes respectifs  $z_A=1+i$  et  $z_B=1-i$

a) Placer les points A et B

b) Déterminer la nature exacte du triangle OAB

c) Donner les formes exponentielles de  $z_A$  et de  $z_B$

d) Donner l'écriture cartésienne de  $(z_A)^{4000}$

3) a) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2-2z+1-e^{2i\theta} = 0$  ( $\theta \in ]0; \pi[$ )

b) On considère les points M et N d'affixes respectifs  $z_M=1+e^{i\theta}$  et  $z_N=1-e^{i\theta}$

i) Montrer que le triangle OMN est rectangle ( $\forall \theta \in ]0; \pi[$ )

ii) Pour quelle valeur de  $\theta$  le triangle OMN est isocèle

c) Déterminer l'ensemble des points M lorsque  $\theta$  varie dans  $]0; \pi[$

**BON TRAVAIL**